



# Bachelorarbeit

an der Fakultät für Informatik und Mathematik  
der Universität Passau  
im Sommersemester 2023

## Spieltheoretische Analyse der Online-Auktionsplattform



*Prüfer:*

**Prof. Dr. Sauer**

Lehrstuhl für Mathematik

mit Schwerpunkt

Digitale Bildverarbeitung

*vorgelegt von:*

**Lena Basner**

Matrikelnummer: 90113

E-Mail-Adresse: [basner01@ads.uni-passau.de](mailto:basner01@ads.uni-passau.de)

Studiengang: Mathematik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Historische Entwicklung von Auktionen</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Auktionstheorie</b>	<b>3</b>
2.1	Die Englische Auktion . . . . .	6
2.2	Die Holländische Auktion . . . . .	6
2.3	Die Verdeckte Erstpreisauktion . . . . .	7
2.4	Die Verdeckte Zweitpreisauktion . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Spieltheoretische Analyse von Auktionen</b>	<b>8</b>
3.1	Modellierung einer Auktion als Bayes-Spiel . . . . .	8
3.2	Grundlagen des Benchmark-Modells . . . . .	15
3.3	Analyse der Erstpreisauktion . . . . .	16
3.3.1	Strategische Äquivalenz der Holländischen Auktion und der Verdeckten Erstpreisauktion . . . . .	16
3.3.2	Optimale Bietstrategie in einer Erstpreisauktion . . . . .	18
3.4	Analyse der Zweitpreisauktion . . . . .	27
3.4.1	Strategische Äquivalenz der Englischen Auktion und der Verdeckten Zweitpreisauktion . . . . .	27
3.4.2	Optimale Bietstrategie in einer Zweitpreisauktion . . . . .	30
3.5	Revenue-Equivalence-Theorem . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Anwendung der Auktionstheorie auf die Online-Auktionsplattform eBay</b>	<b>37</b>
4.1	Die Online-Auktionsplattform eBay . . . . .	37
4.2	Ausgestaltung und Verlauf der Auktion . . . . .	37
4.3	Vergleich mit dem Benchmark-Modell . . . . .	41
4.3.1	Informationssymmetrie . . . . .	41
4.3.2	Wertunabhängigkeit und private Information . . . . .	42
4.3.3	Risikoneutralität . . . . .	43
4.3.4	Preisdeterminanten . . . . .	44
4.3.5	Fazit . . . . .	45
4.4	Sniping-Strategie . . . . .	46
4.5	Winner´s Curse . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Ökonomische Anwendungsbereiche der Auktionstheorie</b>	<b>50</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>52</b>

Abbildungsverzeichnis	53
Eigenständigkeitserklärung	54

# 1 Historische Entwicklung von Auktionen

„Zum Ersten, zum Zweiten, zum Dritten!“ – ganz intuitiv wird diese Redewendung mit dem Geschäftsabschluss von Auktionen assoziiert und aller Voraussicht nach spielt sich automatisch in Gedanken das Szenario einer Versteigerung in einem traditionellen Auktionshaus ab. Insbesondere die Auktionshäuser *Sotheby's* für Bücher und *Christies* für Kunstwerke, welche sich im 18. Jahrhundert in London etabliert haben, förderten den Durchbruch von Auktionen und sind derzeit weltweit bekannt. Da die bisher seltenen und dementsprechend hochpreisigen Antiquitäten nur für die reiche Gesellschaftsklasse zugänglich waren, erweiterten diese Auktionshäuser im Laufe der Zeit sukzessiv ihr Angebot und beschränken sich dementsprechend nicht mehr nur auf Buch- und Kunst-Auktionen. Auch noch heutzutage stellen Auktionen wichtige Allokationsmechanismen in der Ökonomie dar. Doch im Vergleich zur früheren Auktionsgestaltung ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht nur das beschränkte Angebot an Auktionsgütern, sondern auch die Exklusion bestimmter Bevölkerungsgruppen ausgeschlossen. Zudem ist es auch nicht mehr notwendig, eine Lokalität aufzusuchen, um an einer Auktion teilzunehmen. Die allen zugänglichen, modernen Informationstechnologien ermöglichen durch die Überwindung von Raum und Zeit die Abwicklung unterschiedlichster Geschäfte über elektronische Medien. Darunter haben sich auch Online-Auktionen als beständige Transaktionsform konstituiert, welche als *dezentrale elektronische Märkte* bezeichnet werden (vgl. Amor 2000, S. 23). Diese zeichnen sich zum einen durch die direkte Kommunikation zwischen Nachfrager und Anbieter aus, zum anderen eröffnen sie den Beteiligten durch ein eigenes Absatz- und Beschaffungssystem die Möglichkeit, erhebliche Preisvorteile zu generieren. Im Jahr 1979 wurde die erste Online-Auktion in einem Computersystem mit dem Namen *MicroNet* abgewickelt und nur wenige Jahre später gewann die Versteigerung von Gebrauchsgütern in sogenannten *Newsgroups* an Popularität, bei denen die Gebotsübermittlung entweder an den Anbieter per Mail oder an die Newsgroup per se erfolgte. Der Internethandel über Auktionsplattformen weist dabei enorme Wachstumsraten auf, was das wirtschaftliche Potential dieser Vertriebsform veranschaulicht. Dies wird an dem Beispiel des US-amerikanischen Unternehmens *eBay* erkennbar, welches im Jahr 1995 gegründet wurde und mittlerweile einen der größten Online-Marktplätze betreibt (vgl. Bauer 2008, S. 296). Bereits im Mai 1997 erfolgte die 1.000.000 Auktion, im September 1997 verzeichnete der Konzern schon 200.000 Mitglieder und am 24. September 1998 vollzog sich dann der Börsengang, gefolgt von einer Internationalisierung, sodass *eBay* 1999 unter anderem das in Deutschland gegründete Unternehmen *alando.de* übernahm (vgl. Justus, Esch und Brunner 2009, S. 63). Doch auch wenn Auktionen im Laufe der Zeit eine derartige Entwicklung

erfahren haben, so liegt ihnen eine grundlegende mathematische Theorie zugrunde. Genau das ist das Ziel dieser Arbeit: in die Grundlagen der Auktionstheorie einführen und darauf basierend die bereits angeführte Online-Auktionsplattform *eBay* mittels spieltheoretischer Methoden analysieren. Dies erfolgt in drei Abschnitten. Das erste Kapitel befasst sich mit den Grundlagen der Auktionstheorie, welche neben Charakteristika zur Unterscheidung von Auktionen auch die Eigenschaften der vier Standardauktionsformen umfassen. Der darauffolgende Teil widmet sich der spieltheoretischen Analyse der vier Standardauktionen, wofür das Benchmark-Modell eingeführt wird. Zuerst wird gezeigt, dass aufgrund von Äquivalenzen lediglich zwischen zwei Auktionsformen unterschieden werden muss. Auf dieser Grundlage werden dann die Beweise der optimalen Bietstrategie in den verschiedenen Auktionsformen erfolgen. Aus deren Evaluierung geht hervor, dass unter bestimmten Voraussetzungen der erwartete Gewinn des Versteigerers unabhängig von der Auktionsform identisch ist, was mithilfe des Revenue-Equivalence-Theorems nachgewiesen wird. Abschließend wird die Theorie auf die Online-Auktionsplattform *eBay* angewendet und ein weiteres, mathematisches Phänomen, das Winner's Curse, ersichtlich, sodass die Verbindung von Spieltheorie und relevanten ökonomischen Applikationen aufgezeigt wird.

## 2 Grundlagen der Auktionstheorie

Zu Beginn werden die Grundlagen aufgearbeitet, die für das Verständnis der darauffolgenden Ausführungen essentiell sein werden. Die Bedeutung einer Auktion lässt sich intuitiv erschließen: Mittels Auktionen kommen die Zahlungsbereitschaften der Teilnehmer in Form von Geboten zum Vorschein, welche die wesentlichen Voraussetzungen zur Preisbildung und Ressourcenallokation darstellen. Damit kann eine Auktion als Marktreinigungsmechanismus betrachtet werden, welche das Ziel verfolgt, Angebot und Nachfrage ins Gleichgewicht zu bringen (vgl. Menezes und Monteiro 2004, S. 9). Diese Definition einer Auktion deckt sich auch mit dem Verständnis, welche McAfee und McMillan (1987) in ihren Ausführungen verwenden:

**Definition (Auktion).** Eine **Auktion** ist eine Marktinstitution, mit der innerhalb festgelegter vorgegebener Regeln auf der Basis von Geboten der Teilnehmer Güter verteilt und Zahlungen bestimmt werden.

Nach Cassady (1967) ist diese Art von Allokation insbesondere dann sinnvoll, wenn Angebot und Nachfrage für ein Gut relativ stark schwanken und deshalb kein langfristiger Marktpreis zustandekommt.

Eine Auktion erfüllt bestenfalls die zwei Hauptziele der *Gewinnmaximierung* und *Pareto-Effizienz* (vgl. Varian 2010, S. 313-314). Mit Gewinnmaximierung ist dabei gemeint, dass mithilfe der entsprechenden Gestaltung der Auktion der Verkäufer seinen Gewinn maximiert. Pareto-Effizienz hingegen liegt dann vor, wenn der Bieter mit der höchsten privaten Wertschätzung die Auktion gewinnt, sodass also kein Teilnehmer besser gestellt werden kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Die Gewinnmaximierung und die Pareto-Effizienz stehen dabei in Konflikt zueinander, sodass sich eine Maßnahme, welche die Erreichung eines der beiden Hauptziele begünstigt, negativ auf die Erreichung des anderen Ziels auswirken kann. Dies wiederum erklärt die Notwendigkeit, das richtige Gleichgewicht zu finden, in welchem beide Ziele bestmöglich verwirklicht werden. Genau damit befasst sich das dritte Kapitel dieser Arbeit.

Die Teilnehmer einer Auktion sind die Bieter und der Versteigerer, welcher im Fachjargon als *Auktionator* bezeichnet wird. Die Durchführung der Auktion und die Festlegung der dafür benötigten Regeln liegt im Verantwortungsbereich des Versteigerers. Die Regeln sind den Bietern vor Beginn der Auktion mitzuteilen und nachträglich nicht veränderbar. In Abhängigkeit von der Zielsetzung entscheidet sich der Auktionator für eine bestimmte Gestaltung der Auktion. In der Literatur werden unterschiedliche Kriterien zur Kategorisierung der unterschiedlichen Auktionsverfahren angeführt.

- Eine erste Differenzierung ist hinsichtlich der **Anzahl der verkauften Güter** vorzunehmen (vgl. Berninghaus, Ehrhart und Güth 2010; Maschler, Zamir und Solan 2020; Menezes und Monteiro 2004). Dabei ist die Rede von einer *Eingutauktion*, wenn lediglich ein Auktionsgut vorliegt und von einer *Mehrgüterauktion*, wenn mehrere Objekte Bestandteil der Auktion sind. Bei Letzterem ist die Gleichartigkeit der Güter nicht vorausgesetzt.
- Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal liefert die **Richtung von Auktionen**, sodass zwischen Verkaufs- und Einkaufsauktion differenziert wird (vgl. Berninghaus, Ehrhart und Güth 2010; Berz 2022). Die *Verkaufsauktion* ist dadurch charakterisiert, dass der Versteigerer das Auktionsgut zur Verfügung stellt und die Interessenten dafür Gebote abgeben. Als Gewinner der Auktion geht der Höchstbietende hervor, welcher den Zuschlag und damit auch das Eigentumsrecht an dem Gut erwirbt. Das Gegenstück dazu nennt sich *Einkaufsauktion*, bei der der Versteigerer ein Gut akquirieren möchte und ihm die Bieter dafür Angebote unterbreiten. Der Gewinner der Auktion hat eine Leistung zu erbringen, wofür der Auktionator den aus der Auktion resultierenden Preis zu bezahlen hat.
- Auch hinsichtlich der **Annahme über die Beschaffenheit der Informationen**, auf welche die einzelnen Teilnehmer Zugriff haben, können Auktionen differenziert werden. Dabei wird zwischen *private* und *common value* unterschieden (vgl. Berninghaus, Ehrhart und Güth 2010; Maschler, Zamir und Solan 2020; Dixit und Skeath 2015). Bei dieser Kategorisierung sprechen Dixit und Skeath (2015) auch von *auction environment*. Von private value ist die Rede, wenn jeder Bieter zu jedem Zeitpunkt der Auktion in Kenntnis davon ist, welchen Wert er dem Auktionsobjekt beimisst. Es können grobe Schätzungen bezüglich der Werte der anderen Teilnehmer getätigt werden, denn lediglich dem Bieter selbst ist sein individueller Wert bekannt. Man spricht von common value, wenn der Wert ex post für alle Bieter identisch ist, doch während der Auktion unbekannt ist, sodass die Bieter ex ante nur eine ungenaue Vorstellung über den wahren Wert besitzen.
- Des Weiteren ist auch die **Abhängigkeit der Werte** ein Unterscheidungskriterium. Dabei kann der persönliche Wert unabhängig von den Werten der anderen Teilnehmer gebildet werden, wobei von *independent values* gesprochen wird (vgl. Paul R Milgrom und Weber 1982, S. 1095). Wenn die Werte der verschiedenen Teilnehmer hingegen korrelieren, sodass aufgrund der eigenen Wertvorstellung Rückschlüsse auf die Werteinschätzung eines anderen Bieters

gezogen werden können, spricht man von *correlated values* (vgl. Menezes und Monteiro 2004, S. 25). Hingegen liegen bei positiver Korrelation zwischen den Werten **affiliated values** vor, sodass eine hohe Wertschätzung eines Bieters die Wahrscheinlichkeit einer hohen Wertschätzung der Konkurrenz erhöht (vgl. Paul R. Milgrom und Weber 1982, S. 1096).

Die anschließende, spieltheoretische Analyse von Auktionen beschränkt sich auf die Verkaufsauktion eines Guts unter der Annahme von independent, private values.

- Daneben können die verschiedenen Auktionsarten nach der **Art des Gebots** untergliedert werden (vgl. Riechmann 2014; Maschler, Zamir und Solan 2020; Menezes und Monteiro 2004). Eine *offene Auktion* liegt vor, wenn Gebote öffentlich einsehbar sind und dadurch unverzüglich mit Gegenangeboten reagiert werden kann. Im Gegensatz dazu ist dies bei einer *verdeckten Auktion* nicht möglich, da hierbei die Gebote gleichzeitig abzugeben sind. Jeder Bieter gibt dabei in Unkenntnis der anderen Teilnehmer nur ein einziges und unabänderliches Gebot ab.
- Das Kriterium der **Reihenfolge der Gebote** führt zur Einteilung von Auktionen in *absteigend* und *aufsteigend* (vgl. Riechmann 2014; Menezes und Monteiro 2004). Die aufsteigende Auktion beginnt mit einem niedrigen Preis und zielt darauf ab, dass dieser in Folge des Bietverfahrens zunimmt. Dahingegen startet die absteigende Auktion mit einem hohen Preis, welcher so lange kontinuierlich abfällt, bis ein Bieter den genannten Preis akzeptiert.
- Und das Beste zum Schluss: Später wird gezeigt, dass das Kriterium des **vom Auktionsgewinner zu zahlenden Preises** (vgl. Riechmann 2014, S. 187) ausreicht, um Auktionen spieltheoretisch zu analysieren. Demnach wird von einer *Erstpreisauktion* gesprochen, wenn der Gewinner der Auktion den Preis in Höhe seines Gebotes zu bezahlen hat, während er bei einer *Zweitpreisauktion* lediglich für den Preis in Höhe des zweithöchsten abgegebenen Gebots aufzukommen hat.

Durch Kombination der angeführten Charakteristika haben sich vier gängige Auktionsverfahren etabliert: die Englische Auktion, die Holländische Auktion, die Verdeckte Erstpreisauktion und die Verdeckte Zweitpreisauktion. Diese Standardformen können den Kriterien folgendermaßen zugeteilt werden:

	<b>offene Gebote</b>	<b>geschlossene Gebote</b>
<b>Erstpreisauktion</b>	Holländische Auktion	Verdeckte Erstpreisauktion
<b>Zweitpreisauktion</b>	Englische Auktion	Verdeckte Zweitpreisauktion



### 2.1 Die Englische Auktion

Die Englische Auktion ist die älteste und vermutlich weit verbreitetste Auktionsform. Dieses Verfahren liegt auch den bereits erwähnten Auktionshäusern *Sotheby's* und *Christies* zugrunde. Der Ablauf entspricht vermutlich der Vorstellung einer typischen Auktion: Gestartet wird mit der Verkündung des Mindestpreises durch den Versteigerer. Ausgehend davon findet sukzessiv eine Anhöhung dessen um einen bestimmten Betrag statt, welcher als *Bietinkrement* bezeichnet wird. Es handelt sich also um eine aufsteigende Auktion, welche beendet ist, wenn nur noch ein Bieter bereit ist, den zuletzt gebotenen Preis zu zahlen. Der Höchstbietende erhält dann den Zuschlag, also das Auktionsgut mit dem Preis in der Höhe des finalen Gebots. Nun lässt sich auch die Wortbedeutung einer Auktion intuitiv erschließen, da das konkurrierende Überbieten der Teilnehmenden dazu führt, dass sich der Preis zu immer höheren Summen vermehrt. Diese zugrundeliegende Idee einer Auktion spiegelt sich im Terminus selber wieder, welcher von dem lateinischen Wort *augere* stammt und mit „vermehrten“ zu übersetzen ist.

### 2.2 Die Holländische Auktion

Während die Englische Auktion auf aufsteigenden Preisen basiert, wird konträr dazu bei der Holländischen, absteigenden Auktion mit einem Startpreis begonnen, zu dem vermutlich kein Bieter an einem Kauf interessiert ist. Daher wird dieser fortlaufend verringert, bis ein Bieter zum Kauf des Auktionsguts in der Höhe des genannten Preises zustimmt. Vickrey (1961) bezeichnet die Entscheidung zur Zustimmung mit dem Auktionspreis im Wesentlichen als *statisch*, da der Bieter in Abhängigkeit von seiner Wertschätzung entscheidet, zu welchem Preis er durch das Setzen seines Gebots die Auktion beendet. Dieser erhält dann als Höchstbietender den Zuschlag. In dem Fall, dass der Preis unter das zuvor deklarierte Minimum abfällt, endet die Auktion ohne Verkauf des Auktionsguts. Bereits am Ablauf wird schnell erkennbar, dass die Holländische Auktion im Vergleich zur Englischen Auktion weniger rivalisiert abläuft, da hier ein Bieter mit seinem Gebot bereits schon zum Gewinner wird und ein gegenseitiges Überbieten daher gar nicht erst möglich ist. In der Praxis findet diese Auktionsform eher selten Anwendung, lediglich in Teilen Hollands, wie beispielsweise bei der Blumenauktion in Aalsmeer - dies erklärt auch die Namensgebung dieser Auktionsform.

### 2.3 Die Verdeckte Erstpreisauktion

Bei der Verdeckten Erstpreisauktion gibt jeder Bieter in Unkenntnis der anderen Teilnehmer ein einziges Gebot ab. Nach Vergleich der eingegangenen Gebote erhält der Höchstbietende den Zuschlag und damit das Auktionsgut. Der Preis für das Auktionsobjekt entspricht nach Definition einer Erstpreisauktion genau seinem Gebot.

### 2.4 Die Verdeckte Zweitpreisauktion

Die Verdeckte Zweitpreisauktion verläuft analog zur Verdeckten Erstpreisauktion, jedoch mit dem erheblichen Unterschied, dass der Höchstbietende lediglich für den Preis in der Höhe des zweithöchsten Gebots aufzukommen hat, so wie es auch die Definition einer Zweitpreisauktion vorsieht. Diese Auktionsform findet insbesondere in der Ökonomie Verwendung, beispielsweise bei der Versteigerung von Mobilfunklizenzen oder auch bei der Bildung der Klickgebühren von Google-Adwords (vgl. Berz 2022, S. 36). Bekannt ist die Verdeckte Zweitpreisauktion auch unter dem Namen *Vickrey-Auktion*. Diese Bezeichnung ist auf den US-Ökonomen William Vickrey zurückzuführen, welcher diese Auktionsform zum ersten Mal analysierte und im Jahr 1996 für seine Forschungen auf dem Gebiet der Auktionstheorie mit dem Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften ausgezeichnet wurde.

### 3 Spieltheoretische Analyse von Auktionen

Intuitiv könnte man nach der Einführung der Formalitäten der verschiedenen Auktionsformen der Überzeugung sein, dass die Einnahmen des Versteigerers bei einer Erstpreisauktion im Vergleich zu einer Zweitpreisauktion höher sind. Die Gründe dafür scheinen einleuchtend zu sein, da der Gewinner der Auktion schließlich bei Ersterem den Preis in der Höhe seines Gebots und bei Zweiterem in der Höhe des zweithöchsten Gebots zu begleichen hat. Doch wird dabei nicht berücksichtigt, dass die Bieter strategische Entscheidungen bei der Formulierung ihrer Gebote treffen. Mit der Analyse solcher strategischen Entscheidungssituationen beschäftigt sich die Spieltheorie (vgl. Holler u. a. 2019, S. 1) – auch bekannt als die „Wissenschaft vom strategischen Denken“ (Dixit und Nalebuff 2018, S.1). Dank dieser können Auktionen als nicht-kooperative Spiele mit unvollständiger Information, sogenannte **Bayes-Spiele**, modelliert und dadurch spieltheoretisch analysiert werden (vgl. Vickrey 1961, S. 15-16). Dabei ist mit *nicht-kooperativ* gemeint, dass es den Bietern in Folge der Rahmenbedingungen nicht möglich ist, bindende Verträge und damit Kooperationen untereinander einzugehen. Von *unvollständiger Information* ist die Rede, wenn die Bieter über ausschlaggebende Parameter wie beispielsweise die Nutzenfunktionen im Unklaren sind.

In diesem Kapitel wird sich demzufolge klären, welche Aussagen zu den vorgestellten Auktionsformen unter bestimmten Annahmen getroffen werden können und ob beziehungsweise welche davon aus Sicht des Auktionators zu präferieren ist.

#### 3.1 Modellierung einer Auktion als Bayes-Spiel

In Anlehnung an Harsanyi (1967), Maschler, Zamir und Solan (2020), Holler u. a. (2019), Myerson (1991) und Menezes und Monteiro (2004) sollen zunächst die grundlegenden Bezeichnungen geklärt werden, sodass darauf basierend im Anschluss die Auktion als Bayes-Spiel modelliert werden kann.

Dafür definiert  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  die Menge der Bieter, wobei  $n > 2$  anzunehmen ist. Jeder Bieter  $i \in I$  misst einem nicht teilbaren Auktionsgut einen individuellen Wert  $v_i \in [0, \tilde{v}] \subset \mathbb{R}$ ,  $\tilde{v} > 0$  zu, welcher die maximale Zahlungsbereitschaft des Bieters  $i$  darstellt. Dieser Wert kommt als Realisation der stochastisch unabhängigen Zufallsvariable  $V_i = [0, \tilde{v}]$  zustande, welche die Menge an möglichen Wertschätzungen von Bieter  $i$  modelliert. Dieser wiederum liegt die kumulative Verteilungsfunktion  $F_i(\cdot) : [0, \tilde{v}]^n \rightarrow [0, 1]$  mit dazugehöriger Dichtefunktion  $f_i(\cdot) : [0, \tilde{v}]^n \rightarrow \mathbb{R}$  zugrunde. Mit der Notation  $v_{(k)}$  wird die  $k$ -höchste Wertschätzung dargestellt, was eine Rang-

ordnung der Wertschätzungen  $v_{(1)} > \dots > v_{(n)}$  ermöglicht. Dementsprechend wird mit  $V_{(k)}$  diejenige Zufallsvariable angegeben, welche auf der Verteilungsfunktion  $F_{(k)}$  sowie der Dichtefunktion  $f_{(k)}$  basiert und sich in der  $k$ -höchsten Wertschätzung  $v_{(k)}$  realisieren wird. Demzufolge lassen sich die Zufallsvariablen mit  $V_{(1)} > \dots > V_{(n)}$  der Reihe nach anordnen, wobei hier von *geordneten Statistiken* gesprochen wird.

### Exkurs: Herleitung der Verteilungs- und Dichtefunktion

Betrachte  $n$  voneinander unabhängige Ziehungen aus einer Verteilung  $F$  mit zugehöriger Dichtefunktion  $f$ , wobei  $V_1, V_2, \dots, V_n$  deren Zufallsvariablen und  $v_1, v_2, \dots, v_n$  deren Realisationen in Form von Wertschätzungen bezeichnen. Ist  $F$  an der Stelle  $v$  stetig, so gilt  $\frac{\partial}{\partial v} F(v) = f(v)$ . Sei  $v_{(1)} > \dots > v_{(n)}$  die Rangordnung der Wertschätzungen, sodass für die Zufallsvariablen die Anordnung  $V_{(1)} > \dots > V_{(n)}$  resultiert. Die Verteilungs- und Dichtefunktion von  $V_{(k)}$ , die entsprechend mit  $F_{(k)}$  und  $f_{(k)}$  bezeichnet werden, lassen sich mit der allgemeinen Formel der Binomialverteilung  $B(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$  wie folgt herleiten:

$$\begin{aligned}
 F_{(k)}(v) &= P(V_{(k)} \leq v) \\
 &= P(\text{mind. } n - k + 1 \text{ der } n \text{ Ziehungen sind kleiner oder gleich } v) \\
 &= P(n - k + 1 \text{ der } n \text{ Ziehungen sind kleiner oder gleich } v) \\
 &\quad + P(n - k + 2 \text{ der } n \text{ Ziehungen sind kleiner oder gleich } v) \\
 &\quad + \dots + P(\text{alle } n \text{ Ziehungen sind kleiner oder gleich } v) \\
 &= \binom{n}{n - k + 1} F^{n-k+1}(v) (1 - F(v))^{k-1} \\
 &\quad + \binom{n}{n - k + 2} F^{n-k+2}(v) (1 - F(v))^{k-2} + \dots + \binom{n}{n} F^n(v) (1 - F(v))^0 \\
 &= \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} F^i(v) (1 - F(v))^{n-i}
 \end{aligned}$$

Damit kann man die Verteilungsfunktion der ersten Rangstatistik ermitteln:

$$\begin{aligned}
 F_{(1)}(v) &= \sum_{i=n-1+1}^n \binom{n}{i} F^i(v) (1 - F(v))^{n-i} \\
 &= \sum_{i=n}^n \binom{n}{i} F^i(v) (1 - F(v))^{n-i} \\
 &= \binom{n}{n} F^n(v) (1 - F(v))^{n-n} = F^n(v)
 \end{aligned}$$

Analog ist dies für die Verteilungsfunktion der zweiten Rangstatistik möglich:

$$\begin{aligned}
 F_{(2)}(v) &= \sum_{i=n-2+1}^n \binom{n}{i} F^i(v)(1-F(v))^{n-i} \\
 &= \sum_{i=n-1}^n \binom{n}{i} F^i(v)(1-F(v))^{n-i} \\
 &= \binom{n}{n} F^n(v)(1-F(v))^{n-n} + \binom{n}{n-1} F^{n-1}(v)(1-F(v))^{n-(n-1)} \\
 &= F^n(v) + nF^{n-1}(v)(1-F(v))
 \end{aligned}$$

Durch Ableitung der Verteilungsfunktion mithilfe

(1) der Produktregel und

(2) der Gleichheit

$$\binom{n}{i}(n-i) = \frac{n!}{i!(n-i)!}(n-i) = \frac{n!}{i!(n-i-1)!} = \frac{n!}{(i+1)!(n-(i+1))!}(i+1) = \binom{n}{i+1}(i+1)$$

lässt sich die zu  $F_{(k)}(v)$  gehörende Dichtefunktion  $f_{(k)}(v)$  herleiten:

$$\begin{aligned}
 f_{(k)}(v) &= \frac{\partial}{\partial v} F_{(k)}(v) = \frac{\partial}{\partial v} \left[ \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} F^i(v)(1-F(v))^{n-i} \right] \\
 &\stackrel{(1)}{=} \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} i F^{i-1}(v)(1-F(v))^{n-i} f(v) \\
 &\quad - \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} F^i(v)(n-i)(1-F(v))^{n-i-1} f(v) \\
 &\stackrel{(2)}{=} \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} i F^{i-1}(v)(1-F(v))^{n-i} f(v) \\
 &\quad - \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i+1} F^i(v)(i+1)(1-F(v))^{n-i-1} f(v) \\
 &\stackrel{j=i+1}{=} \sum_{i=n-k+1}^n \binom{n}{i} i F^{i-1}(v)(1-F(v))^{n-i} f(v) \\
 &\quad - \sum_{j=n-k+2}^n \binom{n}{j} j F^{j-1}(v)(1-F(v))^{n-j} f(v)
 \end{aligned}$$

Nachdem sich nun die Summen von  $n-k+2$  bis  $n$  aufgrund der Differenz gegenseitig aufheben, bleibt also:

$$f_{(k)}(v) = (n-k+1) \binom{n}{n-k+1} F^{n-k}(v)(1-F(v))^{k-1} f(v).$$

Daraus kann nun wieder die Dichtefunktion der ersten Rangstatistik abgelesen werden:

$$\begin{aligned} f_{(1)}(v) &= (n-1+1) \binom{n}{n-1+1} F^{n-1}(v) (1-F(v))^{1-1} f(v) \\ &= n F^{n-1}(v) f(v) \end{aligned}$$

Analog folgt für die Dichtefunktion der zweiten Rangstatistik:

$$\begin{aligned} f_{(2)}(v) &= (n-2+1) \binom{n}{n-2+1} F^{n-2}(v) (1-F(v))^{2-1} f(v) \\ &= (n-1) n F^{n-2}(v) (1-F(v)) f(v) \end{aligned}$$

Der Wert des Versteigerers wird mit  $v_0 \geq 0$  bezeichnet und im Folgenden mit  $v_0 = 0$  angenommen. Außerdem bezeichnet  $B_i$  die Strategiemenge von Bieter  $i$ , wobei im Folgenden  $B_i = \mathbb{R}_+$  gilt. Um in Abhängigkeit vom individuellen monetären Wert  $v_i$  die Höhe des Gebots von Bieter  $i$  und damit die sogenannte *Bietstrategie* zu bestimmen, wird die Bietfunktion herangezogen:

**Definition** (Bietfunktion). Die *Bietfunktion*  $\beta_i : [0, \tilde{v}] \rightarrow B_i$  teilt jedem Bieter  $i \in I$  in Abhängigkeit von seinem individuellen Wert  $v_i$  und der Auktionsform eine Bietstrategie  $b_i = \beta_i(v_i)$  zu. Dabei bezeichnet  $\beta_{-i}(v_{-i}) := (\beta_j(v_j))_{j \neq i}$  die Strategien der anderen Teilnehmer  $j \neq i$  mit Wertschätzungen  $v_{-i}$ .

Die Bietfunktion weist nützliche Eigenschaften auf. Zum einen handelt es sich um eine monoton steigende Funktion, d.h.  $\beta_i(v_i) > \beta_i(w_i)$  für  $v_i > w_i$ . Dies kann dadurch erklärt werden, dass ein Gebot umso höher ausfallen wird, je höher die individuelle Wertschätzung ist. Zum anderen ist sie invertierbar, das heißt  $v_i = \beta_i^{-1}(b_i)$ .

Bezüglich der Bieter wird in der Spieltheorie angenommen, dass diese rational handeln und daher das strategische Entscheidungsverhalten von dem Ziel der Gewinnmaximierung gelenkt wird. Dabei liefert die folgende Definition die Höhe des monetären Gewinns:

**Definition** (Gewinn). Sei  $p$  der Preis des verkauften Auktionsguts und  $v_i$  der individuelle monetäre Wert von Bieter  $i$ . Der *monetäre Gewinn*  $\pi_i$  von Bieter  $i \in I$  ist gegeben durch

$$\pi_i = \begin{cases} v_i - p, & \text{falls Bieter } i \text{ den Zuschlag erhält} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Der Gewinn des Versteigerers lautet:  $\pi_0 = p - v_0$ , was aufgrund der Annahme  $v_0 = 0$  zu  $\pi_0 = p$  führt.

Die Auszahlung von Bieter  $i$  ist dabei abhängig von der Risikoeinstellung und den Auktionsregeln, wobei letztere bekanntlich den zu zahlenden Preis des Auktionsguts bestimmen. Mit der Einführung des Nutzenkonzepts basierend auf Neumann-Morgenstern ist es möglich, die Risikoeinstellungen der Bieter zu berücksichtigen. Dabei handeln Bieter rational im Sinne von Nutzenmaximierung und entscheiden sich daher für die gewinnbringendste Alternative. Bei dieser Annahme ist die Rede von der **Erwartungsnutzenhypothese**, wobei eine Nutzenfunktion basierend auf diesem Konzept als Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion bekannt ist (vgl. Harsanyi 1986, S. 32).

**Definition** (Nutzenfunktion). Sei  $\pi_i$  der Gewinn aus der Auktion für Bieter  $i$ ,  $p$  der Preis des verkauften Auktionsguts und  $v_i$  die individuelle monetäre Wertschätzung von Bieter  $i$ . Die *Nutzenfunktion* ist gegeben durch

$$u_i(\pi_i) = \begin{cases} u_i(v_i - p), & \text{falls Bieter } i \text{ den Zuschlag erhält} \\ u_i(0), & \text{sonst.} \end{cases}$$

In Bezug auf die Risikoeinstellung der Bieter wird zwischen *Risikoneutralität*, *Risikoaversion* und *Risikofreude* unterschieden (vgl. Dacey 2003, S. 260). Dabei besteht bei Risikoneutralität ein linearer Zusammenhang zwischen Nutzen und Risiko, das heißt  $u_i(\pi_i) = \pi_i$  für alle  $i \in I$ . Hingegen wird bei Risikoaversion ein konkaver Verlauf der Nutzenfunktion unterstellt, sodass der Bieter risikobehaftete Entscheidungen meidet. Bei Risikofreude wird die risikobehaftete Entscheidung präferiert, woraus sich ein konvexer Verlauf der Nutzenfunktion ergibt.

Auf Basis der eingeführten Definitionen ist es nun möglich, die Auktion als Bayes-Spiel zu modellieren. Vorab stellt sich dabei zunächst die Frage, was im mathematischen Sinn unter einem Spiel zu verstehen ist.

**Definition** (Spiel). Ein Spiel ist definiert als Tupel

$$G = (I, (B_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I}),$$

wobei  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  für die Menge der Bieter,  $(B_i)_{i \in I}$  für die Strategiemenge für jeden Bieter,  $(u_i)_{i \in I}$  für die Nutzenfunktion eines Bieters steht.

Für die Definition eines Spiels werden wichtige Annahmen getroffen – dazu gehört, dass jeder Spieler auch die Strategien der anderen Teilnehmer kennt und somit

vollständige Informationen vorliegen. Die Lösung für ein Spiel ist dabei durch das Nash-Gleichgewicht gegeben, welches wie folgt definiert ist:

**Definition** (Nash-Gleichgewicht). Ein Vektor von Bietfunktionen  $\beta^* = (\beta_1^*, \dots, \beta_n^*)$  heißt *Nash-Gleichgewicht*, wenn für alle Bieter  $i \in I$  und alle Werte  $v_i \in [0, \tilde{v}]$  gilt:

$$u_i(\beta^*) \geq u_i(b_i, \beta_{-i}^*(v_{-i})), \quad \forall b_i \in \mathbb{R}_+.$$

Das bedeutet also, dass für Bieter  $i$  durch  $\beta_i^*(v_i)$  die beste Antwort auf  $\beta_{-i}^*(v_{-i})$  gegeben ist und es für keinen Bieter rentabel ist, als Einziger von seiner Strategie abzuweichen. Ist damit auch die Lösung für Auktionen gegeben? Die Antwort der Frage wird bei Betrachtung der Rahmenbedingungen von Auktionen schnell ersichtlich. Die Teilnehmer einer Auktion kennen ihre eigene Wertschätzung, jedoch sind die der Konkurrenz unbekannt – worin bestünde sonst der Reiz einer Auktion? Die Annahme der Existenz privater Informationen steht jedoch im Widerspruch zur Annahme der vollständigen Informationen eines Spiels. Das führt zur Notwendigkeit, die Definition des Spiels entsprechend anzupassen.

**Definition** (Bayes-Spiel). Ein *Bayes-Spiel* ist definiert als Tupel

$$G = (I, (B_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I}, (V_i)_{i \in I}, (F_i)_{i \in I}),$$

wobei  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  die Menge der Bieter,  $(B_i)_{i \in I}$  die Strategiemenge für jeden Bieter,  $(u_i)_{i \in I}$  die Nutzenfunktion eines Bieters,  $(V_i)_{i \in I}$  die Menge an möglichen, privaten Wertschätzungen für jeden Bieter und  $(F_i)_{i \in I}$  die zu  $V_i$  zugehörige Verteilungsfunktion sind.

Im Vergleich zur Definition eines Spiels mit vollständiger Information wird das Bayes-Spiel als Spiel mit unvollständigen Informationen also um die Zufallsvariable  $(V_i)_{i \in I}$  und die Verteilungsfunktion  $(F_i)_{i \in I}$  ergänzt.

Durch das sogenannte *Bayes-Gleichgewicht* ist das zentrale Lösungskonzept der Bayes-Spiele gegeben, welches von Harsanyi (1967) definiert worden ist:

**Definition** (Bayes-Gleichgewicht). Ein Vektor von Bietfunktionen  $\beta^* = (\beta_1^*, \dots, \beta_n^*)$  heißt *Bayes-Gleichgewicht*, wenn für alle Bieter  $i \in I$  und alle Werte  $v_i \in [0, \tilde{v}]$  gilt:

$$u_i(\beta_i^*(v_i); \beta_{-i}^*(v_{-i}); v_i) \geq u_i(b_i, \beta_{-i}^*(v_{-i}); v_i), \quad \forall b_i \in \mathbb{R}_+.$$

Man spricht von einem *symmetrischen* Bayes-Gleichgewicht, wenn  $\beta_i^* = \beta_{-i}^*$  für alle  $1 \leq -i, i \leq n$ , was bedeutet, dass alle Bieter dieselbe Bietfunktion verwenden.



Das Bayes-Gleichgewicht sagt also aus, dass es für jede Wertschätzung  $v_i$  von Bieter  $i$  optimal ist, seine Gleichgewichtsstrategie zu bieten – unter der Voraussetzung, dass sich die anderen Teilnehmer entsprechend verhalten und analog zu Bieter  $i$  die Gleichgewichtsstrategie bieten. Damit besteht für keinen Bieter  $i$  für einen Wert  $v_i$  ein Anreiz, individuell von seinem Bietverhalten abzuweichen. Bei Vergleich mit der Definition des Nash-Gleichgewichts wird also erkennbar, dass ein Bayes-Gleichgewicht einem Nash-Gleichgewicht in Spielen mit vollständiger Information entspricht – jedoch mit der Einschränkung, dass das Bayes-Gleichgewicht die Wahrscheinlichkeitseinschätzung berücksichtigt (Myerson 1991, S. 127). In der Literatur wird das Bayes-Gleichgewicht häufig auch mit der Bezeichnung *Bayes-Nash-Gleichgewicht* eingeführt (vgl. Menezes und Monteiro 2004; Krishna 2009; Klemperer 2004; Riechmann 2014). In den Ausführungen von McAfee und McMillan (1987) und Kräkel (2013) wird sogar anstelle des Bayes-Gleichgewichts der Begriff des *Nash-Gleichgewichts* verwendet. Da in diesem Zusammenhang Vermutungen über die Entscheidungsregeln der anderen Bieter angeführt werden, kann darauf geschlossen werden, dass unvollständige Informationen zugrunde liegen und mit der Bezeichnung des Nash-Gleichgewichts also das Bayes-Gleichgewicht gemeint ist.

Der Einbezug der Wahrscheinlichkeitseinschätzungen führt jedoch zu dem Problem, dass bei Existenz vieler verschiedener subjektiver Wahrscheinlichkeitseinschätzungen das Spiel zu einer hohen Komplexität führen würde, so dass eine Analyse nicht mehr zielführend durchzuführen ist. Dies wiederum führt zur Notwendigkeit einer Einschränkung, wie beispielsweise eine gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung für alle Bieter, was wiederum allen Teilnehmern bekannt ist (vgl. Harsanyi 1967, S. 159). Nach Harsanyi (1967) kann ein Spiel mit unvollständiger Information stets zu einem Spiel mit imperfekter Information transformiert werden. In einem ersten Schritt erfolgt die Zuteilung einer konkreten Wertschätzung für jeden Bieter, wobei dieser Wert lediglich diesem bekannt ist und daher den anderen Teilnehmern verborgen bleibt. Die Menge an möglichen Wertschätzungen ist hingegen allen bekannt, weshalb Vermutungen hinsichtlich der Wertschätzungen getätigt werden können. Damit wird der Bieter mit unvollständiger Information über die Wertschätzungen der anderen Teilnehmer so behandelt, als wäre er unsicher hinsichtlich dessen. Daher ist es naheliegend, die Wertschätzung eines Bieters als Zufallsvariable zu interpretieren, über deren Ausprägung nur der jeweilige Bieter informiert ist. Demzufolge ist die Wertschätzung private Information jedes einzelnen Bieters (vgl. Holler u. a. 2019, S. 47).

Um die optimale Bietstrategie der einzelnen Auktionsverfahren zu ermitteln, müssen diese also jeweils hinsichtlich des Bayes-Gleichgewichts untersucht werden. Diese Analyse wird auf Grundlage des sogenannten **Benchmark-Modells** für Auktionen erfolgen, welches unter anderem in den Ausführungen von McAfee und McMillan (1987) beschrieben wird. Eine Auktion, welche die Annahmen dieses Modells erfüllt, wird als **symmetrische Auktion mit unabhängigen, privaten Wertschätzungen** bezeichnet (vgl. Maschler, Zamir und Solan 2020, S. 471).

### 3.2 Grundlagen des Benchmark-Modells

Das theoretische Paradigma des Benchmark-Modells basiert auf folgenden Annahmen (vgl. Maschler, Zamir und Solan 2020; McAfee und McMillan 1987; Menezes und Monteiro 2004; Berninghaus, Ehrhart und Güth 2010):

- A1 Es wird der Independent-Private-Values (IPV)-Ansatz verwendet, sodass die Wertschätzungen  $v_i$  der Bieter individuell, voneinander unabhängig und private Information sind.
- A2 Es unterliegt eine symmetrische Informationsstruktur, sodass allen Wertschätzungen dieselbe Verteilungsfunktion  $F$  zugrundeliegt. Es gilt daher  $F_i = F_j = F$  für alle  $i, j \in I$ .
- A3 Die Bieter sind risikoneutral, was bedeutet, dass  $u_i(\pi_i) = \pi_i$  für alle  $i \in I$  gilt.
- A4 Der Preis des Gutes wird alleine durch die Gebote determiniert, sodass externe Einflüsse wie beispielsweise das Festlegen eines Mindestpreises, das Setzen von Bietinkrementen oder auch das Verlangen von Eintrittspreisen ausgeschlossen werden können.

Wie es der Terminus des IPV-Ansatzes (A1) schon verrät, kommen die Wertschätzungen der Bieter zum einen individuell, voneinander *unabhängig* zustande und zum anderen handelt es sich bei diesen auch um *private* Information. Die Annahme der Unabhängigkeit bedeutet, dass der individuelle Wert  $v_i$  keinen Bezug zu den Werten  $v_{-i}$  der anderen Teilnehmern aufweist. Formal wird dies zum Ausdruck gebracht, indem die Wertvorstellungen der Bieter statistisch unabhängig derselben, allen bekannten Verteilung  $F$  entstammen. Die expliziten Wertschätzungen der Konkurrenten sind deswegen jedoch nicht bekannt, da diese nach der zweiten Annahme private Information der einzelnen Bieter darstellen. Das wiederum heißt, dass jeder Bieter dem Auktionsgegenstand einen individuellen monetären Wert zuschreibt, welchen lediglich der Bieter selbst zum Zeitpunkt der Auktion kennt und den Anderen verborgen bleibt.

In den weiteren Ausführungen wird neben der symmetrischen Informationsstruktur (A2) von einer symmetrischen Verhaltensstruktur ausgegangen, sodass sich die Bieter nur anhand ihrer Wertschätzungen unterscheiden und die Gebote aller Teilnehmer demnach auf derselben Bietfunktion  $\beta$  basieren. Besitzen also zwei verschiedene Bieter  $i$  und  $j$  die gleiche Wertschätzung, d.h.  $v_i = v_j$ , so ist auch ihr Bietverhalten identisch. Diese Voraussetzung beinhaltet außerdem, dass die Teilnehmer gleiche Risikoneigungen besitzen, wobei im Folgenden Risikoneutralität (A3) unterstellt wird. Die Annahmen der symmetrischen Informations- und Verhaltensstruktur können unter dem Begriff der *symmetrischen Bieterstruktur* zusammengefasst werden (vgl. Kräkel 2013, S. 16). Hierbei ist nochmal auf die Unterscheidung zwischen der symmetrischen Informationsstruktur und der zu Beginn eingeführten asymmetrischen Informationsverteilung hingewiesen. Erstere verdeutlicht, dass alle Wertschätzungen derselben Verteilungsfunktion entstammen und diesbezüglich Übereinstimmung herrscht. Hingegen meint Letztere, dass jeder Bieter lediglich in Kenntnis seines privaten Wertes ist und Informationen daher ungleich verteilt sind.

Nachdem nun die wichtigsten Konzepte eingeführt wurden, wird im Anschluss als Resultat von Äquivalenzaussagen erkennbar, dass auf eine Betrachtung der Holländischen sowie Englischen Auktion verzichtet werden kann und daher die Unterscheidung zwischen der Erstpreis- und Zweitpreisauktion ausreicht. Dabei wird die strategische Äquivalenz von Menezes und Monteiro (2004) wie folgt definiert:

**Definition** (Strategische Äquivalenz). Zwei Spiele mit der gleichen Menge an Spielern und dem gleichen Strategieraum heißen *strategisch äquivalent*, wenn der erwartete Gewinn eines jeden Spielers in den beiden Spielen übereinstimmen.

In anderen Worten heißt das, dass Bieter mit gleicher Wertschätzung in beiden Auktionsformen die gleiche Bietstrategie verfolgen und dadurch auch das gleiche Ergebnis erzielen.

## 3.3 Analyse der Erstpreisauktion

### 3.3.1 Strategische Äquivalenz der Holländischen Auktion und der Verdeckten Erstpreisauktion

Die Erkenntnis, dass die Holländische Auktion und die Verdeckte Erstpreisauktion strategische Äquivalente darstellen, ist auf den Ökonomen Vickrey (1961) zurückzuführen. Gemäß seiner Beiträge ist dies damit zu erklären, dass der Bieter in beiden Auktionsformen mit der exakt gleichen Situation konfrontiert wird: ohne Kenntnis über die Entscheidungen der Mitbieter trifft dieser selbst die Entscheidung über die

Höhe des Gebots und hat bei Auktionsgewinn den Preis in Höhe seines Gebotes zu bezahlen. Nach McAfee und McMillan (1987) ist dies sogar unabhängig von der Risikoeinstellung der Bieter und der Beschaffenheit der Wertvorstellungen der Bieter erfüllt, sodass also eine strategische Äquivalenz auch unabhängig von den Annahmen des Benchmark-Modells gegeben ist. Man spricht daher auch von einer *starken strategischen Äquivalenz* (vgl. Krishna 2009, S. 5).

**Theorem 3.1.** *Die Holländische Auktion und die Verdeckte Erstoppreisauktion sind aus Sicht der Bieter strategisch äquivalent.*

*Beweis.* Zu zeigen ist, dass die Menge an Strategien in beiden Auktionsdesigns übereinstimmt. Angenommen der Strategievektor ist durch  $b = (b_1^*, \dots, b_n^*)$  gegeben, wobei  $b_1^*$  das höchste Gebot darstellt. Die Holländische Auktion endet mit der Zustimmung in Form eines Gebots von Bieter  $i$  mit dem zuletzt genannten, höchsten Auktionspreis  $b_1^*$ , welcher auch in dieser Höhe zu bezahlen ist. Es handelt sich hierbei zwar um eine offene Auktionsform, doch beeinflusst dies das Bietverhalten nicht, da die Information bezüglich des Gebots eines konkurrierenden Teilnehmers nicht mehr gewinnbringend genutzt werden kann, nachdem die Auktion mit dem ersten Gebot beendet ist. Die identische Situation liegt der Verdeckten Erstoppreisauktion zugrunde, bei der derjenige Bieter mit dem maximalen Gebot  $b_1^*$  die Auktion gewinnt und diese Preishöhe zu begleichen hat. Daraus folgt, dass bei beiden Auktionsformen das Gebot vor Versteigerungsbeginn feststeht, jeder Bieter jeweils maximal ein Gebot abgeben kann und mit seinem Gebot direkt den Preis bei Auktionsgewinn festlegt. Zu zeigen ist, dass der monetäre erwartete Gewinn  $\pi_i$  übereinstimmt. Jeder Vektor von Bietstrategien führt in beiden Auktionsformen offensichtlich zu demselben erwarteten Gewinn, da jeweils der Höchstbietende den Zuschlag erhält und als Preis sein Gebot und damit das Höchstgebot  $b_1^*$  zu begleichen hat. Da der monetäre erwartete Gewinn  $\pi_i$  vom Preis  $p$  sowie der individuellen Wertschätzung  $v_i$  abhängig ist und diese Variablen übereinstimmen, gilt in beiden Fällen:

$$\pi_i = \begin{cases} v_i - b_1^*, & \text{für den Höchstbietenden} \\ 0, & \text{für alle anderen Bieter.} \end{cases}$$

□

Damit ist die strategische Äquivalenz für die Holländische und die Verdeckte Erstoppreisauktion bewiesen, was wiederum bedeutet, dass die Bieter in beiden Auktionsformen das gleiche Bietverhalten verfolgen.

Wie sich dieses Bietverhalten gestaltet, wird im Folgenden untersucht.

### 3.3.2 Optimale Bietstrategie in einer Erstpreisauktion

Dafür soll in einem nächsten Schritt überprüft werden, ob das zuvor eingeführte symmetrische Bayes-Gleichgewicht für die Erstpreisauktion ermittelt werden kann. Im Folgenden seien die Wertschätzungen der Bieter unterschiedlich, sodass keine identischen Gebote existieren. Betrachte Bieter  $i \in I$  mit der Wertschätzung  $v_i$  basierend auf der Zufallsvariable  $V_i = [0, \tilde{v}]$ , welcher sein Gebot auf  $b_i$  setzt – unter der Annahme, dass unter den Geboten der anderen Auktionsteilnehmer  $b_{\max} = \max_{i \neq j} b_j$  das Höchste ist. Dann gilt für den Nutzen von Bieter  $i$ , welcher aufgrund der Annahme der Risikoneutralität durch den Gewinn von Bieter  $i$  dargestellt werden kann:

$$u_i(\pi_i) = \pi_i = \begin{cases} v_i - b_i, & \text{falls } b_i > b_{\max} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Daraus wird ersichtlich, dass sich kein Bieter  $i$  für das Gebot  $b_i = v_i$  entscheiden wird, da daraus  $\pi_i(v_i) = 0$  resultiert. Dabei ist es umso wahrscheinlicher, als Gewinner der Auktion hervorzugehen, desto höher das Gebot ist. Doch ein Gebot in der Höhe  $b_i > \beta(\tilde{v})$  kann für den Bieter  $i$  nicht optimal sein. Der Gewinn ist somit zwar sicher, doch ist dieser auch gewährleistet, wenn der Bieter die Gebotshöhe etwas reduziert, sodass der Bieter  $i$  weniger zu zahlen hat und folglich seinen Gewinn steigern kann. Daher werden nur Gebote  $b_i \leq \beta(\tilde{v})$  betrachtet. Demhingegen wird ein Bieter  $i$  mit Wertschätzung  $v_i = 0$  kein positives Gebot abgeben, da sonst bei Gewinn der Auktion ein Minusbetrag entsteht. Daher gilt  $\beta([0, \tilde{v}]) = [0, \bar{b}]$ , womit die Bietfunktion nach unten und oben beschränkt ist.

Da der Gewinn abhängig davon ist, ob der Bieter  $i$  mit dem Gebot  $b_i$  den Zuschlag erhält, wird der erwartete Gewinn betrachtet, welcher mit  $P(b_{\max} < b_i)$  die Wahrscheinlichkeit, mit welcher der Bieter  $i$  die Auktion gewinnt, berücksichtigt:

$$E[\pi_i(v_i, b_i)] = (v_i - b_i) \cdot P(b_{\max} < b_i).$$

Der Bieter  $i$  wird nun den Zuschlag erhalten und damit die Auktion gewinnen, wenn  $b_i > b_{\max}$  beziehungsweise  $b_i > \max_{i \neq j} \beta(v_j)$ , wobei der rechte Ausdruck aufgrund der monoton steigenden Eigenschaft der Bietfunktion folgendermaßen umgeschrieben werden kann:

$$\max_{i \neq j} \beta(v_j) = \beta(\max_{i \neq j} v_j) = \beta(y_{\max}) \text{ mit } y_{\max} = \max_{i \neq j} v_j.$$

Dabei ist  $y_{max}$  als Realisation der Zufallsvariable  $Y_1 \equiv Y_1^{n-1}$  anzusehen, welche die höchste Bewertung der anderen  $n - 1$  Bieter repräsentiert und die Verteilungsfunktion  $G$  hat.

Außerdem gilt aufgrund der Annahme des monotonen Wachstums der Bietfunktion:

$$\begin{aligned} P(b_{max} < b_i) &= P(\beta(\max_{i \neq j} v_j) < \beta(v_i)) \\ &= P(\beta(y_{max}) < \beta(v_i)) \\ &\stackrel{\substack{\text{monoton} \\ \text{steigend}}}{=} P(y_{max} < v_i). \end{aligned}$$

Nachdem die Zufallsvariablen nach Voraussetzung stochastisch unabhängig und identisch verteilt ist, folgt für die Verteilungsfunktion  $G$ :

$$\begin{aligned} G(v_i) &= P(y_{max} < v_i) \\ &= P(\max\{v_2, \dots, v_n\} < v_i) \\ &= P(v_2 < v_i, \dots, v_n < v_i) \\ &\stackrel{\substack{\text{stoch.} \\ \text{unabh.}}}{=} P(v_2 < v_i) \cdot \dots \cdot P(v_n < v_i) \\ &= F_2(v_i) \cdot \dots \cdot F_n(v_i) \\ &\stackrel{\substack{\text{id.} \\ \text{vert.}}}{=} F^{n-1}(v_i). \end{aligned} \tag{1}$$

Diese Erkenntnis lässt sich auch logisch erschließen, denn wenn jeder der anderen  $n - 1$  Bieter sein Gebot über die Bietfunktion festlegt und deren Wertschätzungen aus der gemeinsamen Verteilung  $F$  realisiert werden, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bieter  $i$  mit seinem Gebot  $b_i$  den Zuschlag erhält, gleich  $F^{n-1}(v_i)$ .

Aufgrund der Invertierbarkeit der Bietfunktion gilt außerdem  $v_i = \beta^{-1}(b_i)$ . Insgesamt lautet der erwartete Gewinn nun also:

$$\begin{aligned} E[\pi_i(v_i, b_i)] &= (v_i - b_i) \cdot P(y_{max} < v_i) \\ &= (v_i - b_i) \cdot G(v_i) \\ &= (v_i - b_i) \cdot G(\beta^{-1}(b_i)) \end{aligned}$$

Jeder Bieter verfolgt dabei das Ziel, seinen erwarteten Gewinn ausgehend vom gesetzten Gebot  $b_i$  zu maximieren, was formal auf Grundlage des Ableitungskalküls erfolgt. Im Folgenden bezeichnet  $g$  die Dichtefunktion von  $Y_1$ .

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{\partial}{\partial b_i} E[\pi_i(v_i, b_i)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\partial}{\partial b_i} [(v_i - b_i) \cdot G(\beta^{-1}(b_i))] \\
 &= (v_i - b_i) \cdot g(\beta^{-1}(b_i)) \cdot (\beta^{-1})'(b_i) - G(\beta^{-1}(b_i)) \\
 \stackrel{\substack{\text{Ableitung} \\ \text{Umkehrfkt.}}}{=} & (v_i - b_i) \cdot \frac{g(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} - G(\beta^{-1}(b_i)) \\
 \stackrel{\substack{\beta \\ \text{invert.}}}{=} & (v_i - \beta(v_i)) \cdot \frac{g(v_i)}{\beta'(v_i)} - G(v_i)
 \end{aligned}$$

Äquivalenzumformungen ergeben nun:

$$\begin{aligned}
 &\frac{g(v_i)}{\beta'(v_i)} \cdot (v_i - \beta(v_i)) - G(v_i) = 0 \\
 \Leftrightarrow &\frac{g(v_i)}{\beta'(v_i)} \cdot (v_i - \beta(v_i)) = G(v_i) \\
 \Leftrightarrow &g(v_i) \cdot (v_i - \beta(v_i)) = G(v_i) \cdot \beta'(v_i) \\
 \Leftrightarrow &g(v_i) \cdot v_i - g(v_i) \cdot \beta(v_i) = G(v_i) \cdot \beta'(v_i) \\
 \Leftrightarrow &g(v_i)v_i = G(v_i) \cdot \beta'(v_i) + g(v_i) \cdot \beta(v_i) \\
 \Leftrightarrow &g(v_i)v_i = \frac{\partial(G(v_i) \cdot \beta(v_i))}{\partial v_i}
 \end{aligned}$$

In der letzten Äquivalenzumformung findet die *Produktregel* ihre Anwendung.

Damit nun ein möglicher Kandidat für die optimale Bietfunktion ermittelt werden kann, muss diese Gleichung nur noch nach  $\beta$  aufgelöst werden. Dies vollzieht sich durch die Anwendung des *Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung*. Hierfür erfolgt auf beiden Seiten der Gleichung eine Integration, wobei die Integrationskonstante  $k \in \mathbb{R}$  zu berücksichtigen ist:

$$\begin{aligned}
 g(v_i)v_i &= \frac{\partial(G(v_i) \cdot \beta(v_i))}{\partial v_i} \\
 \Leftrightarrow \int_0^{v_i} g(y)y \, dy + k &= G(v_i) \cdot \beta(v_i)
 \end{aligned}$$

Betrachte nun  $v_i \rightarrow 0$ , so nähert sich die rechte Seite der Gleichung aufgrund der Beschränktheit der Bietfunktion dem Wert 0 an, wodurch sich auf  $k = 0$  schließen lässt.

$$\begin{aligned}
 \int_0^{v_i} g(y)y \, dy &= G(v_i) \cdot \beta(v_i) \\
 \Leftrightarrow \beta(v_i) &= \frac{1}{G(v_i)} \int_0^{v_i} g(y)y \, dy
 \end{aligned}$$

Damit lautet die mögliche, optimale Bietfunktion:

$$\beta(v_i) = \begin{cases} \frac{1}{G(v_i)} \int_0^{v_i} g(y)y \, dy, & \text{falls } 0 < v_i \leq \tilde{v} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2)$$

Die Gleichung erinnert an die Definition des bedingten Erwartungswerts:

**Definition** (Bedingter Erwartungswert). Der *bedingte Erwartungswert* von einer stetig verteilten Zufallsvariable  $V \geq 0$  mit Verteilungsfunktion  $F$  und Dichtefunktion  $f$  ist gegeben durch:

$$E[V \mid V < x] = \frac{1}{F(x)} \int_0^x f(y)y \, dy.$$

Angewandt auf die letzte Gleichung ergibt sich:

$$\begin{aligned} \beta(v_i) &= \frac{1}{G(v_i)} \int_0^{v_i} g(y)y \, dy \\ &= E[Y_1 \mid Y_1 < v_i]. \end{aligned}$$

Das wiederum bedeutet also, dass das Gebot eines Bieters  $i$  optimalerweise der erwarteten zweithöchsten Wertschätzung entspricht – unter der Bedingung, dass der Bieter  $i$  mit  $v_i$  die höchste Wertschätzung hat.

Die Frage ist nun, ob es sich bei der gefundenen Lösung tatsächlich um ein symmetrisches Bayes-Gleichgewicht handelt. Dies wird sich mit folgendem Beweis klären, welcher an das Werk von Krishna (2009) angelehnt ist.

**Theorem 3.2.** *Das symmetrische Bayes-Gleichgewicht ist in der Erstpreisauktion durch  $\beta(v_i) = E[Y_1 \mid Y_1 < v_i]$  gegeben, wobei  $Y_1$  die höchste Bewertung der übrigen  $n - 1$  Bieter ist.*

*Beweis.* Die Suche nach dem symmetrischen Bayes-Gleichgewicht entspricht der Suche nach einer Bietstrategie, die bei gegebenen Strategien der anderen Bieter den Gewinn von Bieter  $i$  maximiert. Angenommen alle  $n - 1$  Bieter verfolgen die Strategie  $\beta(v_j) = E[Y_1 \mid Y_1 < v_j]$ ,  $j \neq i$ . Damit ist also zu zeigen, dass es für Bieter  $i$  optimal ist, die Strategie  $\beta(v_i) = E[Y_1 \mid Y_1 < v_i]$  zu wählen, wobei aufgrund der Begründung am Anfang dieses Unterkapitels lediglich die Gebote  $\beta(v_i) \leq \beta(\tilde{v})$  betrachtet werden. Betrachte Bieter  $i$  mit Wertschätzung  $v_i$ . Bezeichne mit  $\tilde{v}_i$  diejenige Wertschätzung, für welche  $\beta(\tilde{v}_i)$  dem symmetrischen Bayes-Gleichgewicht entspricht.



So beträgt der erwartete Gewinn für Bieter  $i$  bei einem Gebot von  $\beta(\tilde{v}_i)$ :

$$\begin{aligned}
 E[\pi_i(v_i, \beta(\tilde{v}_i))] &= (v_i - \beta(\tilde{v}_i)) \cdot G(\tilde{v}_i) \\
 &= G(\tilde{v}_i)v_i - G(\tilde{v}_i) \cdot \beta(\tilde{v}_i) \\
 &\stackrel{\text{Def.}}{=} G(\tilde{v}_i)v_i - G(\tilde{v}_i) \cdot E[Y_1 \mid Y_1 < \tilde{v}_i] \\
 &\stackrel{\text{Def.}}{\text{bed. EW}} G(\tilde{v}_i)v_i - G(\tilde{v}_i) \cdot \frac{1}{G(\tilde{v}_i)} \int_0^{\tilde{v}_i} g(y)y \, dy \\
 &= G(\tilde{v}_i)v_i - \int_0^{\tilde{v}_i} g(y)y \, dy \\
 &\stackrel{\text{part.}}{\text{Int.}} G(\tilde{v}_i)v_i - [G(\tilde{v}_i)\tilde{v}_i - \int_0^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy] \\
 &= G(\tilde{v}_i)v_i - G(\tilde{v}_i)\tilde{v}_i + \int_0^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy \\
 &= G(\tilde{v}_i)(v_i - \tilde{v}_i) + \int_0^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy
 \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck wird nun mit dem erwarteten Gewinn  $E[\pi_i(v_i, \beta(v_i))]$  verglichen, der sich mit dem Gebot  $\beta(v_i)$  ergibt. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 E[\pi_i(v_i, \beta(v_i))] &= G(v_i)(v_i - v_i) + \int_0^{v_i} G(y) \, dy \\
 &= \int_0^{v_i} G(y) \, dy
 \end{aligned}$$

Betrachte nun die Differenz. So erhalte unabhängig davon, ob  $v_i \leq \tilde{v}_i$  oder  $v_i \geq \tilde{v}_i$ :

$$\begin{aligned}
 E[\pi_i(v_i, \beta(v_i))] - E[\pi_i(v_i, \beta(\tilde{v}_i))] &= \int_0^{v_i} G(y) \, dy - \left[ G(\tilde{v}_i)(v_i - \tilde{v}_i) + \int_0^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy \right] \\
 &= G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) - \int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy
 \end{aligned}$$

Um eine Aussage darüber treffen zu können, ist eine Fallunterscheidung notwendig:

1. Fall:  $v_i = \tilde{v}_i$

$$G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) - \int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy = G(\tilde{v}_i) \underbrace{(\tilde{v}_i - \tilde{v}_i)}_{=0} - \underbrace{\int_{\tilde{v}_i}^{\tilde{v}_i} G(y) \, dy}_{=0} = 0$$

Wenn also  $\tilde{v}_i$  der Wertschätzung  $v_i$  entspricht, so stimmen die erwarteten Gewinne überein und die Differenz beträgt null.

2. Fall:  $v_i < \tilde{v}_i$

Als Verteilungsfunktion gilt per Definition  $G(\tilde{v}_i) \geq 0$ . Nach Voraussetzung ist  $v_i < \tilde{v}_i$ , sodass also  $\tilde{v}_i - v_i > 0$  folgt. Dies erklärt, weshalb der Minuend

insgesamt einen Wert  $\geq 0$  annimmt. Da die Verteilungsfunktion nach Definition monoton steigend und  $v_i < \tilde{v}_i$  ist, ist auch das Integral und somit der Subtrahend betragsmäßig  $> 0$ .

$$\underbrace{\underbrace{G(\tilde{v}_i)}_{\geq 0} \underbrace{(\tilde{v}_i - v_i)}_{> 0}}_{\geq 0} - \underbrace{\int_{v_i}^{\tilde{v}_i} \underbrace{G(y)}_{\text{mon. steig.}} dy}_{> 0}$$

Um nun eine finale Aussage bezüglich der Differenz treffen zu können, eignet sich eine geometrische Veranschaulichung, wie sie in Abbildung 1 aufzufinden ist. Der Minuend stellt ein Rechteck mit den Seitenlängen  $G(\tilde{v}_i)$  und  $(\tilde{v}_i - v_i)$  dar, während das Integral mit der Fläche gleichzusetzen ist, die der Graph von  $G(y)$  mit der  $x$ -Achse und den Integralgrenzen  $v_i, \tilde{v}_i$  einschließt. In der Abbildung wird das Rechteck durch die hellblaue Fläche und die Integralfläche durch die dunkelblau gepunktete Fläche veranschaulicht.

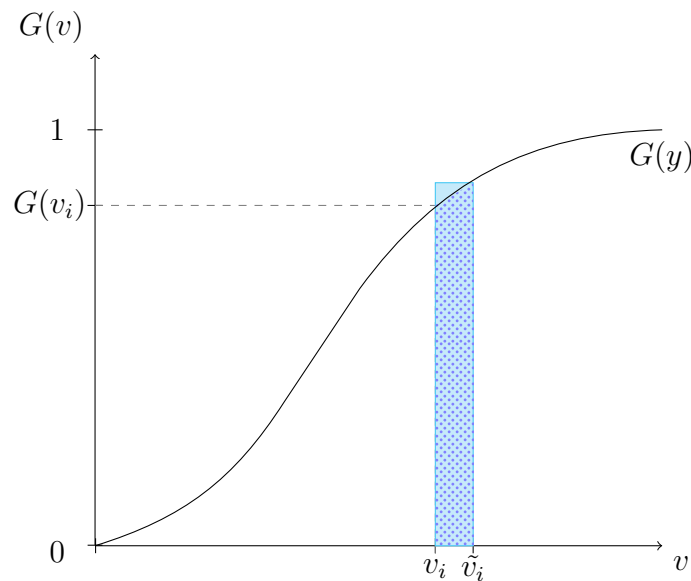


Abb. 1: Überbieten bei einer Erstpreisauktion

Daraus wird ersichtlich, dass die Fläche des Rechtecks betragsmäßig größer ist als die Fläche des Integrals. Für die Differenz folgt also:

$$G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) - \int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) dy > 0.$$

Das wiederum bedeutet, dass der erwartete Gewinn von Bieter  $i$  mit dem Gebot  $\beta(v_i)$  im Vergleich zu  $\beta(\tilde{v}_i)$  gesteigert werden kann.

3. Fall:  $v_i > \tilde{v}_i$

Analog zum vorherigen Fall gilt  $G(\tilde{v}_i) \geq 0$ . Nach Voraussetzung ist  $v_i > \tilde{v}_i$ , sodass  $\tilde{v}_i - v_i < 0$  folgt und der Minuend insgesamt einen Wert  $< 0$  annimmt. Auf den Subtrahenden können die Integralregeln angewandt werden, sodass die Integrationsgrenzen vertauscht werden und das Vorzeichen angepasst wird. Aus der Voraussetzung  $v_i > \tilde{v}_i$  und der Monotonie der Verteilungsfunktion folgt dann, dass das Integral und somit der 2. Summand betragsmäßig  $> 0$  ist:

$$\underbrace{\underbrace{G(\tilde{v}_i)}_{\geq 0} \underbrace{(\tilde{v}_i - v_i)}_{< 0}}_{< 0} - \underbrace{\int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) dy}_{< 0} \stackrel{\text{Integral-}}{\text{regeln}} \underbrace{G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i)}_{< 0} + \underbrace{\int_{\tilde{v}_i}^{v_i} G(y) dy}_{> 0}$$

Um nun eine finale Aussage bezüglich der Summe treffen zu können, eignet sich wie zuvor eine geometrische Anschauung. Der 1. Summand liefert das hellblaue Rechteck mit den Seitenlängen  $G(\tilde{v}_i)$  und  $(\tilde{v}_i - v_i)$ , während der 2. Summand als Fläche anzusehen ist, die der Graph von  $G(y)$  mit der  $x$ -Achse und den Intervallgrenzen  $\tilde{v}_i, v_i$  einschließt. Diese Fläche wird in der Abbildung 2 mit dunkelblauen Punkten dargestellt.

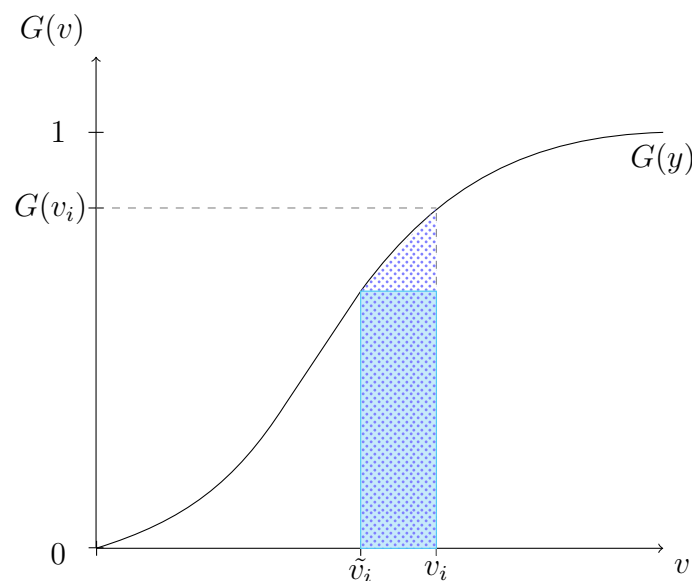


Abb. 2: Unterbieten bei einer Erstpreisauktion

Daraus wird ersichtlich, dass die Fläche des Rechtecks betragsmäßig kleiner als die Fläche des Integrals ist. Es ergibt sich somit:

$$\underbrace{G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) + \int_{\tilde{v}_i}^{v_i} G(y) dy}_{> 0} = G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) - \int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) dy > 0.$$

Demnach erhält Bieter  $i$  auch in diesem Fall mit dem Gebot  $\beta(v_i)$  einen höheren erwarteten Gewinn im Vergleich zum erwarteten Gewinn mit dem Gebot  $\beta(\tilde{v}_i)$ .

Nach Betrachtung der drei Fälle folgt also insgesamt:

$$G(\tilde{v}_i)(\tilde{v}_i - v_i) - \int_{v_i}^{\tilde{v}_i} G(y) dy \geq 0.$$

Unter der Voraussetzung, dass alle  $n - 1$  Bieter dieselbe Bietfunktion verwenden, kann der erwartete Gewinn von Bieter  $i$  mit dem Gebot  $\beta(v_i)$  maximiert werden. Somit ist mit  $\beta^*(v_i) = E[Y_1 | Y_1 < v_i]$  das symmetrische Bayes-Gleichgewicht für die Erstpreisauktion gegeben.  $\square$

Die gefundene Bietstrategie kann mithilfe von partieller Integration folgendermaßen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \beta^*(v_i) &= E[Y_1 | Y_1 < v_i] \\ &= \frac{1}{G(v_i)} \int_0^{v_i} g(y)y dy \\ &\stackrel{\text{part.}}{\stackrel{\text{Int.}}{=}} \frac{1}{G(v_i)} \left[ v_i \cdot G(v_i) - \int_0^{v_i} G(y) dy \right] \\ &= v_i - \frac{\int_0^{v_i} G(y) dy}{G(v_i)}. \end{aligned} \tag{3}$$

Das impliziert, dass die optimale Bietstrategie darin besteht, weniger als seine Wertschätzung zu bieten. Die Gleichung (3) verdeutlicht außerdem, dass sich das Gebot  $\beta^*(v_i)$  mit steigender Anzahl an Auktionsteilnehmern  $n$  der individuellen Wertschätzung  $v_i$  annähert. Dies kann durch die nachstehende Gleichung verdeutlicht werden, welche aus der Folgerung (1) resultiert:

$$\begin{aligned} \beta^*(v_i) &= v_i - \frac{\int_0^{v_i} G(y) dy}{G(v_i)} \\ &= v_i - \frac{\int_0^{v_i} F^{n-1}(y) dy}{F^{n-1}(v_i)} \\ &= v_i - \int_0^{v_i} \left[ \frac{F(y)}{F(v_i)} \right]^{n-1} dy \end{aligned} \tag{4}$$

In der Fachliteratur wird dies auch als *bid shading* bezeichnet, wobei das Ausmaß des *shadings* durch den Faktor  $\frac{\int_0^{v_i} F^{n-1}(y) dy}{F^{n-1}(v_i)}$   $dy$  bestimmt wird. Dies kann anhand des folgenden Beispiels veranschaulicht werden, welches bei Kräkel (2013) und Berninghaus, Ehrhart und Güth (2010) vorzufinden ist:

*Beispiel 1.* Betrachte auf Grundlage des Benchmark-Modells die Gleichverteilung, sodass also  $V = [0, 1]$  gilt. Die Verteilungsfunktion und die dazugehörige Dichtefunktion lauten wie folgt:

$$F(v_i) = \begin{cases} 0, & \text{falls } v_i < 0 \\ v_i, & \text{falls } 0 \leq v_i \leq 1 \\ 0, & \text{falls } v_i > 1 \end{cases} \quad f(v_i) = \begin{cases} 0, & \text{falls } v_i < 0 \\ 1, & \text{falls } 0 \leq v_i \leq 1 \\ 0, & \text{falls } v_i > 1 \end{cases}$$

Die optimale Bietstrategie in der Erstpreisauktion lautet daher folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \beta(v_i) &= v_i - \int_0^{v_i} \left[ \frac{F(y)}{F(v_i)} \right]^{n-1} dy \\ &= v_i - \int_0^{v_i} \left[ \frac{y}{v_i} \right]^{n-1} dy \\ &= v_i - \frac{1}{v_i^{n-1}} \int_0^{v_i} y^{n-1} dy \\ &= v_i - \frac{1}{v_i^{n-1}} \left[ \frac{1}{n} y^n \right]_0^{v_i} \\ &= v_i - \frac{1}{v_i^{n-1}} \frac{1}{n} v_i^n \\ &= v_i - \frac{v_i}{n} \\ &= v_i \cdot \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \end{aligned}$$

Hierbei wird deutlich erkennbar, dass mit steigender Anzahl an Teilnehmern  $n$  die Höhe der Gebote und dadurch auch der Auktionspreis zunimmt. Betrachtet man den Fall der vollständigen Konkurrenz, so erhält man:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_i \cdot \underbrace{\left( 1 - \frac{1}{n} \right)}_{\rightarrow 0} = v_i$$

Folglich nähern sich die Gebote mit steigender Anzahl an Teilnehmern den individuellen Wertschätzungen an. Dies kann dadurch erklärt werden, dass jeder Bieter abwägt, wie weit die nächstniedrige Wertvorstellung unterhalb der Eigenen liegt und ein Gebot, welches der Differenz zu seiner individuellen Wertschätzung entspricht, abgibt.

### 3.4 Analyse der Zweitpreisauktion

#### 3.4.1 Strategische Äquivalenz der Englischen Auktion und der Verdeckten Zweitpreisauktion

Ein ähnlicher strategischer Zusammenhang besteht zwischen der Englischen Auktion und der Verdeckten Zweitpreisauktion, wobei dafür nicht auf die Annahmen des IPV-Modells verzichtet werden kann. Der Grund hierfür liegt darin, dass nicht sichergestellt werden kann, dass bei den beiden Auktionsformen die Gebotsbildung auf identischen Informationen basiert. Diese beruht bei der Verdeckten Zweitpreisauktion, wie bei den vorherigen beiden Auktionsformen, alleine auf den Informationen, die einem Teilnehmer zu Beginn der Auktion zur Verfügung steht. Diesbezüglich hebt sich die Englische Auktion eindeutig von den anderen Auktionsverfahren ab, denn hier erhalten die Bieter im Verlauf der Auktion aufgrund des offenen Formats zusätzliche Informationen, beispielsweise durch das Bietverhalten der Konkurrenten. Die Teilnehmer können diese Zusatzinformation zu ihrem Vorteil nutzen und ihre eigene Wertvorstellung anpassen. Daher sind diese Auktionsdesigns lediglich *schwach strategisch äquivalent* aus Sicht der Bieter (vgl. Krishna 2009, S. 5).

Mithilfe des Beweises der strategischen Äquivalenz kann zugleich eine Aussage über das optimale Bietverhalten getroffen werden. Wenn eine Bietstrategie unabhängig vom Bietverhalten der Konkurrenz den maximalen Nutzen für Bieter  $i$  erzielt, so nennt man die Strategie *dominant*.

**Definition** (Dominante Strategie). Eine Strategie  $b_i^* \in [0, \tilde{v}]$  heißt *dominante Strategie* für den Bieter  $i$ , wenn  $u_i(v_i, b_i^*, b(\cdot)) \geq u_i(v_i, \hat{b}_i, b(\cdot))$  für alle  $\hat{b}_i \in [0, \tilde{v}]$  und  $b(\cdot) \in [0, \tilde{v}]$ .

Das bedeutet also, dass unabhängig von den Strategien der anderen Bieter der Nutzen maximiert werden kann und daher ein Abweichen von der dominanten Strategie nicht rentabel ist. Jeder Bieter wird demnach das Gebot nach der dominanten Strategie ausrichten, wodurch sich ein Gleichgewicht in dominanten Strategien einpendelt. Nachdem sich dieses bestenfalls bei beiden Auktionsformen deckt, ist die strategische Äquivalenz gezeigt. Der Grund hierfür liegt darin, dass dadurch gezeigt ist, dass Bieter mit gleicher Wertschätzung in beiden Auktionsformen die gleiche Bietstrategie verfolgen und dadurch auch das gleiche Ergebnis erzielen.

Im Vergleich zum Lösungskonzept des Bayes-Gleichgewichts ist das Dominanzkriterium sogar strenger zu beurteilen, sodass jedes Gleichgewicht in dominanten Strategien zugleich eine Bayes-Gleichgewicht darstellt, während der Umkehrschluss nicht erfüllt ist. Das lässt sich damit erklären, dass im Gegensatz zum Bayes-Gleichgewicht

mit der dominanten Gleichgewichtsstrategie unabhängig von der Strategiewahl der Konkurrenz der maximale Nutzen erzielt wird.

Betrachte im Folgenden aus der Menge an Bieter  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  den Bieter  $i$  mit der Wertschätzung  $v_i$  und seinem Gebot  $b_i$ , welches sich aus der Bietfunktion  $\beta_i : V_i \rightarrow \mathbb{R}_+$  ergibt.

**Theorem 3.3.** *In der Englischen Auktion ist die dominante Strategie, das Gebot in der Höhe der individuellen Wertschätzung zu setzen, d.h.  $b_i = v_i$  für alle  $i \in I$ .*

*Beweis.* Im Rahmen der Englischen Auktion wird ausgehend von einem Mindestpreis der Auktionspreis so lange kontinuierlich erhöht, bis das letzte Gebot nicht mehr überboten wird. Der Gewinner hat den Preis in der Höhe seines finalen Gebots zu begleichen. Betrachte den Bieter  $i$  mit einer Wertschätzung von  $v_i$ . Bei einem Auktionspreis von  $p < v_i$  vergibt dieser die Chance auf einen positiven Gewinn, wenn er vorzeitig aussteigt. Wenn jedoch ein Preisniveau von  $p > v_i$  erreicht ist, erleidet der Bieter im Falle eines Zuschlags einen Verlust, denn dann gilt gerade  $\pi_i = v_i - p = v_i - b_i < 0$ . Letzlich ist also der Auktionspreis in der Höhe von  $p = v_i$  die dominante Strategie, weshalb jeder Bieter so lange mitbieten sollte, bis seine persönliche Wertschätzung nicht überschritten ist.  $\square$

Der Preis wird in der Englischen Auktion durch den zweithöchsten Bieter definiert, sodass dieses Auktionsdesign den Zweitpreisauktionen zugeordnet werden kann. Derjenige mit der höchsten Wertschätzung, also der Gewinner der Auktion, hat denjenigen mit der zweithöchsten Wertschätzung zu überbieten. Der Preis orientiert sich an diesem – das Auktionsdesign entscheidet lediglich in Form des Bietinkrements, in welcher Höhe der Preis über dem zweithöchsten Gebot liegt.

**Theorem 3.4.** *In der Verdeckten Zweitpreisauktion ist die dominante Strategie, das Gebot in der Höhe der individuellen Wertschätzung zu setzen, d.h.  $b_i = v_i$  für alle  $i \in I$ .*

*Beweis.* Im Rahmen der Verdeckten Zweitpreisauktion hat jeder Bieter verdeckt ein einziges Gebot abzugeben und der Gewinner  $i$  mit dem höchsten Gebot  $b_i$  lediglich den Preis  $p$  in der Höhe des zweithöchsten Gebots  $b_{\max} = \max_{i \neq j} b_j$  zu begleichen. Für den Nutzen von Bieter  $i$ , welcher unter der Annahme von Risikoneutralität zugleich den Gewinn repräsentiert, gilt also:

$$u_i(\pi_i) = \pi_i = \begin{cases} v_i - p = v_i - b_{\max}, & \text{falls } b_i > b_{\max} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Nun gibt es drei Fälle zu betrachten:

1. Fall:  $b_i < v_i$

Der Bieter  $i$  bietet weniger als seine Wertschätzung. Ein Gebot unter seiner Wertschätzung führt jedoch nicht dazu, dass ein niedrigerer Preis zu zahlen ist, da der Preis auf dem zweithöchsten Gebot basiert. Damit verringert der Bieter lediglich seine Gewinnchance, da er möglicherweise einen Konkurrenten unterbietet und dadurch verliert. Falls nämlich  $b_i < v_i < b_{\max}$ , so ist Bieter  $i$  nicht der Gewinner und es ist  $\pi_i = 0$ . Ist  $b_i < b_{\max} < v_i$ , verliert der Bieter  $i$  ebenfalls und es gilt  $\pi_i = 0$ , wobei er durch Erhöhung seines Gebots auf einen Wert zwischen  $b_{\max}$  und  $v_i$ , also  $b_{\max} < b_i < v_i$ , als Gewinner mit  $\pi_i = v_i - b_{\max} > 0$  hervorgehen könnte.

2. Fall:  $b_i > v_i$

Der Bieter  $i$  bietet mehr als seine Wertschätzung. Im Fall  $v_i < b_i < b_{\max}$  gewinnt der Bieter  $i$  die Auktion nicht, womit  $\pi_i = 0$  folgt. Wenn aber  $b_{\max} < v_i < b_i$ , so beträgt die Gewinnhöhe  $\pi_i = v_i - b_{\max} > 0$ . Mit einer Gebotshöhe von  $v_i < b_{\max} < b_i$  erhöht sich zwar die Gewinnchance, jedoch nur auf Kosten eines höheren Preises, sodass ein Verlust erzielt werden könnte. Denn durch das Überbieten seiner Wertschätzung wird ein gegnerisches Gebot überboten, sodass die Auktion gewonnen ist und der Preis in Höhe des zweithöchsten Gebots  $b_{\max}$ , welches oberhalb seiner eigenen Wertschätzung liegt, zu begleichen ist. Für den Gewinn folgt dann:  $\pi_i = v_i - b_{\max} < 0$ .

3. Fall:  $b_i = v_i$

Der Bieter  $i$  bietet genau seine Wertschätzung. Falls  $v_i > b_{\max}$  erhält Bieter  $i$  das Auktionsgut zum Preis  $p = b_{\max}$ , womit sein Gewinn  $\pi_i = v_i - b_{\max} > 0$  beträgt. Ist hingegen  $v_i < b_{\max}$ , so gewinnt Bieter  $i$  nicht und damit beträgt  $\pi_i = 0$ . Diese Gewinnhöhe ergibt sich auch, falls  $v_i = b_{\max}$ , unabhängig davon, ob der Bieter  $i$  den Zuschlag erhält oder nicht.

Da der Bieter stets das Ziel der Gewinnmaximierung verfolgt, wird er sich für die Ausgänge mit positiven Gewinn entscheiden und die mit negativem Gewinn ausschließen. Das ist gemäß der Fallbetrachtungen genau dann möglich, wenn der Bieter genau seine Wertschätzung als Gebot preisgibt. Daher ist  $b_i = v_i$  als dominante Strategie anzusehen, womit unabhängig von den konkurrierenden Geboten stets der maximale Gewinn gesichert werden kann.  $\square$

Als Resultat ergibt sich unabhängig vom Bietverhalten der Konkurrenten als dominante und folglich optimale Bietstrategie, dass der Bieter im Falle der Englischen



Auktion bis zum Preis in der Höhe der eigenen Wertvorstellung in der Auktion verbleibt beziehungsweise im Falle der Verdeckten Zweitpreisauktion eben diesen Wert direkt bietet. Wie zuvor beschrieben, handelt es sich bei diesen ermittelten Gleichgewichten in dominanten Strategien jeweils auch um Bayes-Gleichgewichte, in welchen alle Bieter dieselbe Bietfunktion verwenden:  $\beta_i^*(v_i) = v_i$  für alle  $i \in I$ . Hierbei ist darauf hinzuweisen, dass nicht alle Annahmen des IPV-Ansatzes für die strategische Äquivalenz der Englischen Auktion und der Verdeckten Zweitpreisauktion von Relevanz sind. Dass die Wertschätzungen der Bieter voneinander unabhängig und auf Basis derselben Verteilungsfunktion  $F$  zustande kommen, spielt für diesen Beweis keine Rolle. Lediglich die Annahme, dass die Wertschätzungen private Information darstellen, wurde verwendet.

Die Tatsache, dass für alle Bieter  $i$  das ehrliche Gebot in Höhe der individuellen Wertschätzung unabhängig der anderen Gebote stets den maximalen Nutzen für Bieter  $i$  sichert, bezeichnet Vickrey (1961) auch als **Anreizkompatibilität**. Damit ist gemeint, dass kein Bieter einen Anreiz hat, etwas anderes zu bieten, als ihm das Auktionsobjekt subjektiv wert ist.

### 3.4.2 Optimale Bietstrategie in einer Zweitpreisauktion

Im vorherigen Abschnitt wurde bereits eine Aussage bezüglich der Bietstrategie in Falle von Zweitpreisauktionen getroffen. Demnach führt die Bietstrategie  $b_i = v_i$  zu einem Gleichgewicht in dominanten Strategien. Da dominante Strategien stets die beste Antwort eines Bieters auf jede mögliche Strategiekombination der Konkurrenz liefern, handelt es sich dabei gemäß der Definition auch um ein Bayes-Gleichgewicht und stellt damit ein geeignetes Lösungskonzept für die zugrundeliegenden Auktionsformen dar.

## 3.5 Revenue-Equivalence-Theorem

Mithilfe des Revenue-Equivalence-Theorems soll sich abschließend die Frage klären, welche zu Beginn des Kapitels aufgekommen ist: Gibt es aus Sicht des Auktionators ein Auktionsdesign zu präferieren, mit welchem sich höhere Einnahmen erzielen lassen?

Das Theorem ist auf den US-Ökonomen Vickrey zurückzuführen und besagt, dass unter den Annahmen des Benchmark-Modells die vier Standardauktionsformate im Erwartungswert zu demselben Gewinn des Auktionators führen. Doch wie kann das sein? Entscheidend ist hier die Tatsache, dass bei Erstpreisauktionen bei Gewinn

die Zahlung in der Höhe des eigenen Gebots aufzubringen ist und deshalb nur mit einem Gebot unterhalb der individuellen Wertschätzung ein positiver, erwarteter Gewinn erzielt werden kann. Demgegenüber ist bei Zweitpreisauktionen im Falle eines Gewinns lediglich der Preis in der Höhe der zweithöchsten Wertschätzung zu begleichen, weshalb im Gleichgewicht das Gebot in der Höhe der individuellen Wertschätzung preisgegeben wird und daraus ein erwarteter, positiver Gewinn resultiert.

Diese Logik soll nun mathematisch formuliert werden. Zuerst wird die *Erstpreisauktion* betrachtet. Hier erfolgt der Zuschlag aufgrund der Monotonie der Bietfunktion, wenn Bieter  $i$  die höchste Wertschätzung hat. Das entspricht gemäß Gleichung (1) der Wahrscheinlichkeit  $P(\max\{v_2, \dots, v_n\} < v_i) = F^{n-1}(v_i)$ . Das Gebot von Bieter  $i$  lautet wie zuvor ermittelt  $\beta^*(v_i) = E[Y_1 \mid Y_1 < v_i]$ , was auch dem Preis des Auktionsobjekts entspricht. Damit folgt für die erwartete Zahlung  $E[Z_{FA}^i]$ , wobei der hochgestellte Index  $i$  für den Bieter  $i$  und das tiefgestellte  $FA$  für die Erstpreisauktion steht:

$$\begin{aligned} E[Z_{FA}^i] &= p \cdot P(\max\{v_2, \dots, v_n\} < v_i) \\ &= \beta^*(v_i) \cdot F^{n-1}(v_i) \\ &= E[Y_1 \mid Y_1 < v_i] \cdot F^{n-1}(v_i). \end{aligned} \tag{5}$$

Hingegen bietet jeder Bieter bei einer *Zweitpreisauktion* optimalerweise seine individuelle Wertschätzung  $v_i$ . Daher entspricht die Wahrscheinlichkeit, dass Bieter  $i$  den Zuschlag erhält, genau der Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser die höchste Wertschätzung besitzt:  $P(\max\{v_2, \dots, v_n\} < v_i) \stackrel{(1)}{=} F^{n-1}(v_i)$ . In diesem Fall hat der Bieter  $i$  den Preis in Höhe der erwarteten zweithöchsten Wertschätzung  $E[Y_1 \mid Y_1 < v_i]$  zu entrichten. Insgesamt lautet die erwartete Zahlung für den Bieter  $i$  also:

$$\begin{aligned} E[Z_{SA}^i] &= p \cdot P(\max\{v_2, \dots, v_n\} < v_i) \\ &= E[Y_1 \mid Y_1 < v_i] \cdot F^{n-1}(v_i) \end{aligned} \tag{6}$$

Verglichen mit der Gleichung (5) ist erkennbar, dass dies gerade mit der erwarteten Zahlung in einer Erstpreisauktion übereinstimmt. Nachdem dieser zu zahlende Preis aufgrund der Annahmen gerade dem erwarteten Gewinn des Auktionators entspricht, folgt also, dass der erwartete Gewinn des Auktionators in den Auktionsformaten identisch ist. Bei diesen Erkenntnissen handelt es sich nicht um einen Zufall – es handelt sich dabei um eine Konsequenz aus dem bekannten *Revenue-Equivalence-Theorem*. Dieses soll im Folgenden auf Basis des Beweises dargelegt

werden, welcher bei Menezes und Monteiro (2004) vorzufinden ist.

**Theorem 3.5.** *Unter den Annahmen des Benchmark-Modells führen die symmetrischen Bayes-Gleichgewichte der vier Standardauktionsformate bei risikoneutralen Bietern zum gleichen erwarteten Gewinn für den Auktionator.*

*Beweis.* Nach Annahmen des Benchmark-Modells liegen identisch verteilte, unabhängige Wertschätzungen risikoneutraler Bieter vor. Sei mit  $V_i$  eine unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariable gegeben, welche sich in der Wertschätzung  $v_i$  realisieren wird. Sei  $\beta$  die monoton steigende und invertierbare Bietfunktion, welche auf dem Intervall  $[0, \bar{b}]$  beschränkt ist. Angenommen alle  $n - 1$  Bieter wählen ihr Gebot gemäß der ermittelten, optimalen Bietstrategie, wobei mit  $F^{n-1}(v)$  die Wahrscheinlichkeit veranschaulicht wird, dass die höchste Wertschätzung mit  $v$  gegeben ist. Der Gewinner der Auktion ist wegen der Monotonieeigenschaft der Bietfunktion stets derjenige mit der höchsten Wertschätzung. Der erwartete Gewinn der Auktionators in der Erstpreisauktion, welcher gerade der Zahlung und damit dem Gebot des Gewinners in Höhe seiner Wertschätzung entspricht, berechnet sich wie folgt:

$$E[\pi_{FA}^{Auktionator}] = E[\beta^*(\max\{v_1, \dots, v_n\})]$$

Aus der Sicht des Auktionators können die Bieter als identisch angesehen werden, sodass sein erwarteter Gewinn gerade die Summe der erwarteten Zahlungen der Bieter darstellt. Im Fall einer Erstpreisauktion kann der erwartete Gewinn des Auktionators über die Verteilung der ersten Rangstatistik ermittelt werden. Dabei gilt gemäß des Exkurses  $F_{(1)}(v) = \int_0^{\bar{v}} f_{(1)} d\bar{v}$  und  $f_{(1)}(v) = nF^{n-1}(v)f(v)$ .

$$\begin{aligned} E[\pi_{FA}^{Auktionator}] &= E[\beta(V_{(1)})] \\ &= \int \beta^*(v)F_{(1)}(v) dv \\ &\stackrel{\text{Exkurs}}{=} \int_0^{\bar{v}} \beta^*(v)f_{(1)} dv \\ &= \int_0^{\bar{v}} \beta^*(v)nF^{n-1}(v)f(v) dv \end{aligned}$$

Einsetzen der Gleichung (4) mit  $\beta(v) = v - \int_0^v \left[\frac{F(y)}{F(v)}\right]^{n-1} dy$  liefert:

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\bar{v}} \left( v - \int_0^v \left[\frac{F(y)}{F(v)}\right]^{n-1} dy \right) nF^{n-1}(v)f(v) dv \\ &= \int_0^{\bar{v}} vnF^{n-1}(v)f(v) dv - \int_0^{\bar{v}} nf(v) \left( \int_0^v F^{n-1}(y) dy \right) dv \end{aligned}$$

Mit  $\frac{\partial}{\partial v} F(v)^n = nF(v)^{n-1}f(v)$  und partieller Integration folgt:

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\tilde{v}} v \frac{\partial}{\partial v} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n f(v) \left( \int_0^v F^{n-1}(y) dy \right) dv \\
 &\stackrel{\text{part.}}{\stackrel{\text{Int.}}{=}} \underbrace{\tilde{v} F^n(\tilde{v})}_{=1} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n f(v) \left( \int_0^v F^{n-1}(y) dy \right) dv
 \end{aligned}$$

Nun liefert die Änderung der Reihenfolge der Integration, welche aufgrund der Tatsachen  $0 < y < v$  und  $0 < v < \tilde{v}$  ermöglicht wird:

$$\begin{aligned}
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy \int_y^{\tilde{v}} f(v) dv \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy [F(v)]_y^{\tilde{v}} \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy (F(\tilde{v}) - F(y)) \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy (1 - F(y)) \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} F^n(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy + \int_0^{\tilde{v}} n F^n(y) dy \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} n F^{n-1}(y) dy + \int_0^{\tilde{v}} (n-1) F^n(y) dy
 \end{aligned}$$

Betrachtet man hingegen den erwarteten Gewinn der Auktionators in der Zweitpreisauktion, welcher gerade der Zahlung des Gewinners in Höhe der erwarteten zweithöchsten Wertschätzung entspricht, so erhält man unter Berücksichtigung von  $f_{(2)}(v) = (n-1)nF^{n-2}(v)(1-F(v))f(v)$  sowie von den Umformungen  $\frac{\partial}{\partial v} F(v)^n = nF(v)^{n-1}f(v)$  und  $\frac{\partial}{\partial v} F^{n-1}(v) = (n-1)nF^{n-2}(v)f(v)$ :

$$\begin{aligned}
 E[\pi_{SA}^{\text{Auktionator}}] &= E[\beta(V_{(2)})] \\
 &= \beta^*(v) F_{(2)}(v) dv \\
 &= \int_0^{\tilde{v}} \beta^*(v) f_{(2)} dv \\
 &= \int_0^{\tilde{v}} v f_{(2)} dv \\
 &= \int_0^{\tilde{v}} v(n-1)nF^{n-2}(v)(1-F(v))f(v) dv \\
 &= \int_0^{\tilde{v}} v(n-1)nF^{n-2}(v)f(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} v(n-1)nF^{n-1}(v)f(v) dv \\
 &= \int_0^{\tilde{v}} nv \frac{\partial}{\partial v} F^{n-1}(v) dv - \int_0^{\tilde{v}} v(n-1) \frac{\partial}{\partial v} F^n(v) dv \\
 &\stackrel{\text{part.}}{\stackrel{\text{Int.}}{=}} n\tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) dv - \left[ (n-1)\tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} (n-1)F^n(v) dv \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= n\tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) dv - (n-1)\tilde{v} + \int_0^{\tilde{v}} (n-1)F^n(v) dv \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) dv + \int_0^{\tilde{v}} (n-1)F^n(v) dv
 \end{aligned}$$

Im Vergleich mit dem Ausdruck, der für den erwarteten Gewinn des Auktionators bei einer Erstpreisauktion resultiert, wird also eine Übereinstimmung deutlich, sodass also folgendes gilt:

$$\begin{aligned}
 E[\pi^{Auktionator}] &= E[\pi_{FA}^{Auktionator}] = E[\pi_{SA}^{Auktionator}] \\
 &= \tilde{v} - \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) dv + \int_0^{\tilde{v}} (n-1)F^n(v) dv \\
 &= \tilde{v} - \left[ \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) - (n-1)F^n(v) dv \right].
 \end{aligned}$$

Wegen der strategischen Äquivalenz zwischen der Verdeckten Erstpreisauktion (FA) und der Holländischen Auktion (DA) einerseits sowie zwischen der Verdeckten Zweitpreisauktion (SA) und der Englischen Auktion (EA) andererseits folgt:

$$E[\pi_{DA}^{Auktionator}] = E[\pi_{FA}^{Auktionator}] = E[\pi_{SA}^{Auktionator}] = E[\pi_{EA}^{Auktionator}].$$

Damit ist das Revenue-Equivalence-Theorem unter den Annahmen des Benchmark-Modells bewiesen.  $\square$

Angesichts der resultierenden Formel für den erwarteten Gewinn des Auktionators stellt sich nun eine Frage, die leicht zu klären ist: Nimmt mit steigender Anzahl an Auktionsteilnehmern auch der erwartete Gewinn des Auktionators zu? Betrachte dafür den Subtrahenden  $a(n) := -(nF^{n-1}(v) - (n-1)F^n(v))$ , dann gilt:

$$\begin{aligned}
 a(n+1) - a(n) &= \left[ -((n+1)F^n(v) - nF^{n+1}(v)) \right] - \left[ -(nF^{n-1}(v) - (n-1)F^n(v)) \right] \\
 &= -(n+1)F^n(v) + nF^{n+1}(v) + nF^{n-1}(v) - (n-1)F^n(v) \\
 &= -nF^n(v) - F^n(v) + nF^{n+1}(v) + nF^{n-1}(v) - nF^n(v) + F^n(v) \\
 &= -2nF^n(v) + nF^{n+1}(v) + nF^{n-1}(v) \\
 &= nF^{n-1} \left[ -2F(v) + F^2(v) + 1 \right] \\
 &= \underbrace{n}_{>0} \underbrace{F^{n-1}}_{\geq 0} \underbrace{(F(v) - 1)^2}_{\geq 0} \geq 0.
 \end{aligned}$$

Damit folgt also, dass der Ausdruck  $a(n)$  streng monoton wachsend ist. Insgesamt gilt dann:

$$\underbrace{\tilde{v}}_{>0} - \underbrace{\left[ \int_0^{\tilde{v}} nF^{n-1}(v) - (n-1)F^n(v) dv \right]}_{\geq 0} \geq 0.$$

Aus dieser Erkenntnis kann nun auch die vorangehende Frage klar beantwortet werden: der erwartete Gewinn des Auktionators steigt mit zunehmender Anzahl an Auktionsteilnehmern.

*Beispiel 2.* Dies kann ausgehend von Beispiel 1 veranschaulicht werden, in dem angenommen wird, dass die individuellen Wertschätzungen aus der Gleichverteilung über  $[0, 1]$  gezogen werden und daraus die optimale Bietstrategie  $\beta^*(v_i) = v_i(1 - \frac{1}{n})$  resultiert. Für die Erwartungswerte der Rangstatistiken gilt:

$$E[V_{(k)}] = \int_0^{\bar{v}} v f_{(k)}(v) dv \text{ für } k = 1, \dots, n$$

Mit der Formel der Dichtefunktion der  $k$ -ten Rangstatistik (siehe Exkurs) erhalte:

$$\begin{aligned} E[V_{(k)}] &= \int_0^{\bar{v}} v f_{(k)}(v) dv \\ &= \int_0^{\bar{v}} v(n-k+1) \binom{n}{n-k+1} F^{n-k}(v)(1-F(v))^{k-1} f(v) dv \\ &\stackrel{\text{Gleich-}}{\text{verteilung}} \int_0^1 v(n-k+1) \binom{n}{n-k+1} v^{n-k}(1-v)^{k-1} dv \\ &= \frac{n-k+1}{n+1} \end{aligned}$$

In allen vier Standardauktionsformaten erhält der Bieter mit der höchsten Wertschätzung den Zuschlag und bezahlt dafür einen Preis in der Höhe von der erwarteten, zweithöchsten Wertschätzung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der erwartete Preis in einer Zweitpreisauktion gerade  $E[V_{(2)}]$  und in einer Erstpreisauktion  $E[\beta(V_{(1)})] = E[V_{(2)}]$  entspricht. Nach (7) gilt daher  $E[V_{(2)}] = \frac{n-1}{n+1}$ , was dem erwarteten Gewinn des Auktionators in allen vier Auktionstypen entspricht:

$$E[\pi_{DA}^{Auktionator}] = E[\pi_{FA}^{Auktionator}] = E[\pi_{SA}^{Auktionator}] = E[\pi_{EA}^{Auktionator}] = \frac{n-1}{n+1}.$$

Daraus lässt sich der erwartete Gewinn des Bieters, der den Zuschlag erhalten wird, ermitteln:

$$E[\pi_i] = E[V_{(1)}] - E[V_{(2)}] = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

Der erwartete Gewinn für den Bieter nimmt mit zunehmender Anzahl an Auktionsteilnehmern ab:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[\pi_i] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Daraus wird ersichtlich, dass sich das Gebot mit steigender Anzahl an Teilnehmern der individuellen Wertschätzung annähert, so dass im Extremfall der Gewinn  $\pi_i = v_i - p = v_i - v_i = 0$  beträgt, was mit der Erkenntnis aus Beispiel 1 übereinstimmt.

Am Ende dieses Kapitels ist zu betonen, dass das Revenue-Equivalence-Theorem **nur** unter den Annahmen des Benchmark-Modells das bewiesene Ergebnis liefert. Bei veränderten Annahmen kann es zu Abweichungen kommen. Genau aus diesem Grund soll im folgenden Abschnitt anhand des Beispiels der Internet-Auktionsplattform *eBay* überprüft werden, ob sich das Revenue-Equivalence-Theorem in der Ökonomie halten kann.

## 4 Anwendung der Auktionstheorie auf die Online-Auktionsplattform eBay

Mit der steigenden Zahl von Internet-Nutzern und dem rasanten Wachstum des Electronic-Commerce sind Internet-Auktionen zu einem beliebten Mittel des Online-Einkaufs geworden. Mit 132 Millionen aktiven Nutzern, welche über **eBay International AG** in den zwölf Monaten bis Ende Juni 2023 eingekauft haben (vgl. Lohmeier 2023), stellt das im Jahr 1995 von Pierre Omidyar in Kalifornien gegründete US-amerikanische Unternehmen eines der bekanntesten Portale für Online-Auktionen dar. Dieses Kapitel widmet sich der Analyse dieser Internet-Auktionsplattform, wobei insbesondere die Frage geklärt werden soll, ob die zuvor getroffenen Annahmen zutreffen und damit die bereits vorgestellten, spieltheoretischen Methoden anwendbar sind.

### 4.1 Die Online-Auktionsplattform eBay

**Definition.** Unter einer **Online-Auktion** versteht man einen Transaktionsmechanismus zur Versteigerung von Waren und Dienstleistungen im Internet. Hierfür treten die Käufer und Verkäufer über die technischen Plattformen von Internetauktionshäusern miteinander in Verbindung.

Das heißt, dass eBay selbst lediglich als Vermittler zwischen Verkäufer und Käufer fungiert, während die Abwicklung des Kaufs in Form von Versand und Bezahlung durch die Mitglieder selbst erfolgt. Außer Online-Auktionen wird über das System auch der sogenannte E-Commerce betrieben, also der Handel zu Festpreisen, welcher mittlerweile auch den Großteil der angebotenen Artikel einnimmt. Der Fokus soll im Folgenden jedoch auf die Auktionsfunktion des Portals gerichtet werden.

### 4.2 Ausgestaltung und Verlauf der Auktion

Nun soll untersucht werden, welcher der zu Beginn diskutierten Auktionsform der Plattform eBay zuzuordnen ist. Dafür wird die Ausgestaltung und der Verlauf einer Auktion untersucht, wofür zwei Fragen zu beantworten sind:

1. Welchen Preis hat der Höchstbietende zu bezahlen?
2. Welche Informationen sind den Auktionsteilnehmern zugänglich?

Für die Nutzung bedarf es zunächst einer Registrierung, nach welcher das Mitglied selbst Waren oder Dienstleistungen zur Auktion freigeben oder Gebote für vorhandene Angebote abgeben kann. Bei der Versteigerung legt der Anbieter zum einen den



Reservationspreis  $R$  und zum anderen eine Zeitspanne fest, welche 1, 3, 5, 7 oder 10 Tagen umfassen kann. Während dieser Zeit ist es möglich, das aktuelle Höchstgebot durch Eingabe eines darüberliegenden Gebots zu überbieten.

The screenshot shows the eBay bidding interface. At the top, it says "Bieten" with a close button "X". Below that, the remaining time is "Restzeit: 1Min 34Sek". The current bid is "Aktuelles Gebot: EUR 4,51" and the shipping cost is "Versand: EUR 3,50". There is a text input field for "Ihr Maximalgebot: EUR" with a note "(Geben Sie mindestens EUR 5,01 ein)". Below the input field, it says "Im nächsten Schritt können Sie Ihr Maximalgebot bestätigen und die Versandkosten überprüfen." At the bottom, there are two buttons: "Bieten" and "Abbrechen".

Abb. 3: Gebotsabgabe in eBay (Abbildung aus eBay (2023))

Dafür bedient sich eBay an dem Konzept des sogenannten **Proxy-Gebots** (vgl. Lucking-Reiley 2000, S. 190):

Instead of having everyone sit in front of their computers for days on end waiting for an auction to end, we do it a little differently. Everyone has a little magical elf (aka proxy) to bid for them and all you need to do is tell your elf the most you want to spend for that item and he'll sit there and outbid other elves for you, until his limit is reached.

Das heißt, ein Bieter gibt in das von eBay vorgegebene Feld sein Maximalgebot  $M$ , das sogenannte **Proxy-Bid**, ein. Hierfür wird das eingegebene Maximalgebot mit dem der Konkurrenten verglichen, sodass entweder das aktuelle Höchstgebot entsprechend angehoben wird oder das Maximalgebot des Bieters nicht ausreicht und überboten wurde. Im ersteren Fall wird im Namen des Bieters nach und nach das Gebot derartig erhöht, dass der Höchstbietende mit einem möglichst geringen Kaufpreis als Auktionsgewinner hervorgeht. Die Gebotsanhebung erfolgt, indem anstelle des eingegebenen Maximalbetrags lediglich der Wert des bis dahin zweithöchsten abgegebenen Gebots  $Z$ , welches in Abbildung 3 durch das Gebot von Bieter C veranschaulicht wird, zuzüglich eines Erhöhungsschritts  $E$  als aktuelles Höchstgebot  $H$  veröffentlicht wird. In der Abbildung 4 wird dies durch die gestrichelte Linie repräsentiert, welche sich zwischen dem höchsten und zweithöchsten Gebot  $Z$  befindet. Das kann jedoch höchstens bis zu dem vom Käufer angegebenen Maximalbetrag erfolgen, welches in Abbildung 4 das Proxy-Bid von Bieter B darstellt. Falls das Maximalgebot eines Bieters überboten wurde, so wird dieser darüber kontaktiert,

sodass ein neues Proxy-Bid abgegeben werden kann, um weiterhin an der Auktion teilzunehmen.

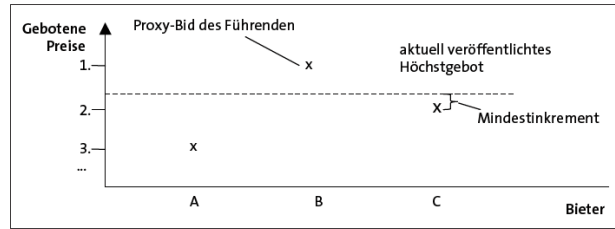


Abb. 4: Darstellung der Proxy-Logik (Abbildung aus Berz (2022))

Das einsehbare, aktuelle Höchstgebot  $H$  stellt sich daher wie folgt zusammen (vgl. Haeringer 2018, S. 52):

$$H = \begin{cases} R, & \text{wenn noch kein Gebot abgegeben wurde} \\ Z + E, & \text{wenn } Z + E \leq M \\ M, & \text{wenn } Z + E > M. \end{cases}$$

Der Erhöhungsschritt  $E$  wird dabei in Abhängigkeit vom aktuellen Preis kalkuliert:

Aktueller Preis	Erhöhungsschritt
EUR 1,00 bis EUR 49,99	EUR 0,50
EUR 50,00 bis EUR 499,99	EUR 1,00
EUR 500,00 bis EUR 999,99	EUR 5,00
EUR 1.000,00 bis EUR 4.999,99	EUR 10,00
Über EUR 5.000,00	EUR 50,00

Abb. 5: Berechnung des Erhöhungsschritts (Abbildung aus eBay)

Die daraus resultierenden, möglichen Fälle sollen anhand eines Beispiels veranschaulicht werden.

*Beispiel 3.* Angenommen der Auktionator wählt den Reservationspreis  $R = \text{€}10$ . Betrachte die folgenden Gebote:

Bieter	Gebot	Zeit
1	€40	10:00
2	€30	10:10
3	€39,87	10:20
4	€40,47	10:30
5	€40,47	10:40

1. Fall: es wurde noch kein Gebot abgegeben

Wenn nun Bieter 1 das erste Gebot in der Höhe von €40 abgibt, dann ergibt sich für das aktuelle Höchstgebot  $H = €10 + E$  (siehe Abb. 4) = €10 + €0,50 = €10,50.

2. Fall:  $Z + E \leq M$

Angenommen zu dem Gebot von Bieter 1 kommt nun das Maximalgebot von Bieter 2 in der Höhe von €30 dazu und das aktuelle Höchstgebot liegt bei €20. Der Gewinn für Bieter 1 wird dann mit dem Höchstgebot  $H = €30 + E$  (siehe Abb. 4) = €30 + €0,50 = €30,50 realisiert.

Wenn nun kein weiterer Bieter mit einem Maximalgebot oberhalb des aktuellen Höchstgebots von €20 existieren würde, dann würde das darauf schließen lassen, dass das zweithöchste Gebot €20 - €0,50 = €19,50 wäre.

3. Fall:  $Z + E > M$

Angenommen das aktuelle Höchstgebot liegt wieder bei €20. Nun kommt Bieter 3 mit einem Gebot von €39,87 dazu, was in dem Fall dem zweithöchsten Gebot entspricht. Das aktuelle Höchstgebot ist dann  $H = €39,87 + E$  (siehe Abb. 4) = €39,87 + €0,50 = €40,37, was über dem Maximalgebot von Bieter 1 liegt. Daher wird ein aktuelles Gebot in Höhe des führenden Bieters mit €40 angezeigt.

Dasselbe gilt, wenn Bieter 4 mit einem Gebot von €40,47 in die Auktion einsteigt, so wäre mit den €40 von Bieter 1 das zweithöchste Gebot gegeben. Daraus ergibt sich das aktuelle Höchstgebot  $H = €40 + E$  (siehe Abb. 4) = €40 + €0,50 = €40,50 > €40,47, sodass auch hier ein aktuelles Höchstgebot in der Höhe des Maximalgebots von Bieter 4 mit €40,47 angezeigt wird.

4. Fall: Maximalgebote zweier Bieter stimmen überein

Wenn ein neues Maximalgebot in Höhe des aktuellen Maximalgebots eingeht, so sind das höchste und das zweithöchste Gebot identisch. In dem vorliegenden Fall ist dies für die Gebote von Bieter 4 und Bieter 5 mit jeweils €40,47 gegeben. Dann lautet die Regelung, dass die Gebote hinsichtlich ihrer zeitlichen Abgabe angeordnet werden und das älteste Gebot Vorrang hat. Auf den Erhöhungsschritt wird dann verzichtet, da für das aktuelle Höchstgebot dann  $H = €40,47 + E$  (siehe Abb. 4) = €40,47 + €0,50 = €40,97 > €40,47 folgt und daher Fall 3 eintritt.

Während der Auktion ist das aktuelle Höchstgebot stets einsehbar, welches nach Ablauf der Zeitspanne den zu bezahlenden Preis für den Höchstbietenden darstellt.

Anhand der Formel des aktuellen Höchstgebots wird erkennbar, dass dieses auf der zweithöchsten Wertschätzung basiert. Daher handelt es sich um eine Zweitpreisauktion, womit die erste Frage beantwortet ist. Damit hat eBay die Vickrey-Logik der Zweitpreisauktion in seine Auktionsplattform eingebaut (vgl. Paul Robert Milgrom 2004, S. 52)). Um die zweite Frage zu klären, muss ein wesentlicher Aspekt der eBay-Auktion berücksichtigt werden: das zeitlich festgelegte Ende, welches zu Beginn vom Auktionator gewählt wird. Dadurch gibt es eine Phase von wenigen Sekunden vor Ablauf dieser Frist, in welcher die Gebote nicht mehr offen, sondern verdeckt abgegeben werden, da eine Reaktion auf die Gebote der Konkurrenz nicht mehr möglich ist. Das Auktionsformat in eBay ist also als zweistufige Auktion anzusehen, in der auf ein offenes Bietverhalten eine Verdeckte Zweitpreisauktion folgt: „Add to this the fact that eBay is neither an English nor a second-price auction, but rather a hybrid“ (vgl. Steiglitz 2007, S. 77). Diese Mischung aus Elementen der Englischen Auktion und der Verdeckten Zweitpreisauktion ist in der Literatur auch unter der Bezeichnung **California Auktion** vorzufinden (vgl. Haeringer 2018; Steiglitz 2007). Nachdem im dritten Kapitel erarbeitet wurde, dass unter bestimmten Voraussetzungen die optimale Bietstrategie für diese Auktionsformate bekannt ist, stellt sich nun die Frage, ob in einer eBay-Auktion die Voraussetzungen dafür eingehalten werden.

### 4.3 Vergleich mit dem Benchmark-Modell

Die Annahmen des Benchmark-Modells sollen kurz nochmal in Erinnerung gerufen werden:

- A1 Die Wertschätzungen der Bieter sind individuell, voneinander unabhängig und private Information.
- A2 Es unterliegt eine symmetrische Informationsstruktur.
- A3 Die Bieter sind risikoneutral.
- A4 Der Preis des Gutes wird alleine durch die Gebote determiniert, sodass externe Einflüsse wie beispielsweise das Festlegen eines Mindestpreises, das Setzen von Bietinkrementen oder auch das Verlangen von Eintrittspreisen ausgeschlossen werden können.

#### 4.3.1 Informationssymmetrie

Die Annahme der Informationssymmetrie wird in einer eBay-Auktion nicht erfüllt, sodass die Bieter bei der Wahl ihres Gebots stets das Ausmaß an Informationsa-

symmetrie abzuwägen haben: „Since each sale must involve some asymmetric information, researchers must be careful to ascertain how much asymmetric information is present and whether it is an important factor in determining the value“ (vgl. Hasker und Sickles 2010, S.12). Aus der Existenz der Informationsasymmetrie resultiert, dass den Auktionsteilnehmern unterschiedliche Informationen zur Verfügung stehen. Das ist unter anderem darauf zurückzuführen, dass bei der Bewertung des Zustands und der Qualität des Auktionsobjekts auf die vom Auktionator veröffentlichten Bilder und verfasste Beschreibung vertraut werden muss (vgl. Steiglitz 2007, S. 31). Um der Informationsasymmetrie in eBay entgegenzuwirken, wurden einige Maßnahmen erhoben. Dazu gehört die Einführung des Feedback-Systems, welche das Ziel verfolgt, sowohl Käufer als auch Verkäufer zu genauen Angaben zu veranlassen. Demnach kann der Transaktionspartner nach Vertragserfüllung numerisch als gut (+1), neutral (0) oder negativ (-1) bewertet werden. Die Bewertungshistorie der einzelnen Nutzer ist gegenseitig einsehbar. Auch die Verwendung des Zahlungssystems *PayPal* zielt auf einen Ausgleich der Informationsasymmetrie, indem die Zahlung erst erfolgt, nachdem Auktionator sowie Auktionsgewinner den ordnungsgemäßen Transaktionsverlauf bestätigt haben. Trotz dieser Maßnahmen können Informationen nicht vollständig übermittelt werden, weshalb sich eine asymmetrische Informationsstruktur nicht verhindern lässt. Dies wird bereits am Beispiel des Feedbacks deutlich, da die Berichterstattung von der Freiwilligkeit der Nutzer abhängt. Laut Resnick und Zeckhauser (2002) geben lediglich 52,1% der Käufer eine Bewertung ab.

Bei der Einführung des Benchmark-Modells wurde neben einer symmetrischen Informationsstruktur eine symmetrische Verhaltensstruktur angenommen, sodass sich die Bieter nur anhand ihrer Wertschätzungen unterscheiden. Auch dies ist in einer eBay-Auktion aufgrund der Heterogenität der Bieter nicht gegeben: „In my experience, bidders really are a heterogeneous lot, with widely differing experience, knowledge, and willingness to spend money, so the assumption of symmetric bidders is simply not credible“ (vgl. Steiglitz 2007, S. 77).

### 4.3.2 Wertunabhängigkeit und private Information

Die Annahmen, dass die Wertschätzungen der Bieter individuell, voneinander unabhängig und private Information sind, ist bei einer Auktion in eBay nicht gegeben. Dabei meint die Annahme der privaten Information, dass jeder Bieter dem Auktionsgegenstand einen individuellen Wert zuschreibt, welchen lediglich dieser selbst kennt. Doch ist bei einer eBay-Auktion dem Bieter die eigene Wertschätzung nicht bekannt. Aufgrund der Unsicherheit bezüglich der Marktbedingungen wissen Bi-

ter nicht genau, welcher Wert dem Auktionsgegenstand zugeschrieben werden soll. Diese Unsicherheit kann sich beispielsweise darin zeigen, dass bei einer Wiederverkaufsabsicht nicht garantiert werden kann, zu welchem Preis dies möglich sein wird. Hasker und Sickles (2010) sprechen im Hinblick auf die Unsicherheit bezüglich der Marktbedingungen von **partiellen common values** und erläutern, dass demnach die meisten Objekte eine Mischung aus private und common values darstellen. Selbst wenn nur private values vorliegen, kann die Anzahl der Bieter durch die Sichtbarkeit bestimmt werden. Diese marktspezifische Variable wäre unbekannt, aber kann von den Bietern geschätzt werden, womit der Auktion common values verliehen werden. Dies bestätigen auch Bajari und Hortaçsu (2003): „The correct model of bidding on eBay auctions probably involves both a common-value and a private-values element“. Die Existenz von common values kann am Beispiel des Wiederverkaufswerts veranschaulicht werden, sodass ein Bieter die Einschätzung seiner eigenen Wertschätzung durch Einholen von Informationen im Hinblick auf die Wertschätzungen anderer Bieter bei ähnlichen Auktionsobjekte verbessern kann (vgl. Bajari und Hortaçsu 2003, S. 336). Auch auf Grundlage der Informationsasymmetrie lässt sich die Existenz von common values erklären: „The primary reason a good on eBay might have a common value component is asymmetric information “ (vgl. Hasker und Sickles 2010, S. 12). Eine Artikelbeschreibung kann trotz hoher Detailliertheit nicht verhindern, dass Bieter bezüglich der Verkaufsbedingungen verunsichert sind (vgl. Bajari und Hortaçsu 2003, S. 336). Außerdem werden beispielsweise durch den Vergleich mit veröffentlichte Auktionen ähnlicher Artikel oder durch die Veröffentlichung des aktuellen Höchstpreises die Wertschätzungen der Konkurrenz kalkulierbar, sodass die Unabhängigkeit der individuellen Wertschätzungen nicht gewährleistet werden kann.

### 4.3.3 Risikoneutralität

Die Annahme der Risikoneutralität ist für die eBay-Auktion ebenso nicht haltbar: „[...] risk aversion is a solidly established attribute of agents in many fields of economics, and has been verified in many experiments“ (vgl. Steiglitz 2007, S. 134). Auch nach Arrow (1971) wird grundsätzlich davon ausgegangen, dass sich der Homo oeconomicus risikoavers verhält. Der Grund hierfür liegt in der Wahl des individuellen Gebots, bei welchem eine Abwägung zwischen der Sicherheit des Auktionsgewinns und der Gewinnabsicht erfolgt. Damit hat ein Bieter also die eigene Risikoaversion einzuschätzen (vgl. Berz 2022, S. 95), wobei Alternativen mit dem geringeren Risiko hinsichtlich des Ergebnisses – und damit auch dem geringstmöglichen Verlust – bevorzugt werden.

### 4.3.4 Preisdeterminanten

Auch die letzte Annahme des Benchmark-Modells wird in einer eBay-Auktion nicht erfüllt. Der Preis der Auktionsobjekte wird aufgrund einer Vielzahl von Rahmenbedingungen in einer eBay-Auktion nicht alleine durch die Gebote der Bieter determiniert. Das wird beispielsweise anhand des festgelegten Reservationspreises deutlich, sodass Gebote unterhalb des vom Auktionator festgelegten Niveaus nicht akzeptiert werden und daher allen Bietern mit einer Wertschätzung unterhalb dessen die Teilnahme an der Auktion verwehrt bleibt (vgl. Steiglitz 2007, S. 31). Dabei stehen dem Auktionator drei Optionen zur Verfügung: der offene Reservationspreis (das sogenannte erste Gebot), der geheime Reservationspreis oder die Sofort-Kaufen-Option, welche verschwindet, sobald ein Gebot oberhalb des ersten Gebots oder des geheimen Reservationspreises abgegeben wird (vgl. Steiglitz 2007, S. 51). Wenn das Höchstgebot unterhalb des offenen Reservationspreises liegt, so ist die Auktion annulliert. Während das aktuelle Höchstgebot und damit zu Auktionsbeginn auch das Startgebot stets veröffentlicht wird, kann der Reservationspreis vom Auktionator auch geheim gewählt werden, sodass dieser für die Bieter nicht einsehbar ist. Doch wenn dieser Reservationspreis veröffentlicht wird, so kann der Auktionator den Bietern vermitteln, dass der Auktionsgegenstand einen bestimmten Wert besitzt. Wenn der Auktionator nun ein Startgebot unterhalb dessen festlegt, scheint dies sehr attraktiv für den Bieter zu sein. Außerdem kann der Auktionator auf diese Weise den richtigen Preis herausfinden, wenn sich das Objekt zu den gewählten Konditionen nicht verkaufen lässt. Bezüglich des Reservationspreises wird angenommen, dass dieser von den Bietern als Eintrittspreis wahrgenommen wird, sodass festgestellt wurde, dass mit zunehmender Höhe des Reservationspreises die Anzahl an Gebotsabgaben sinkt (vgl. Samuelson 2001, S. 331). Es kann aber auch vorteilhaft sein, den Reservationspreis geheim zu gestalten, um Bieterkriege auszulösen oder auch um den Bietern zu signalisieren, dass es Interessenten dafür gibt und daraus resultierend dem Auktionsobjekt ein bestimmter Wert zugrundeliegt. Diesen positiven Einfluss des Reservationspreises auf den Auktionserlös bestätigen Häubl und Leszczyc (2003) mit der Begründung, dass der Reservationspreis als Qualitätsindikator angesehen wird.

Auch die in eBay vorgegebenen Erhöhungsschritte stellen einen Widerspruch zu der vierten Annahme dar. Das Bietverhalten kann dadurch so beeinflusst werden, dass ein Bieter mit einem Gebot in Höhe seiner Wertschätzung nicht bieten kann, wenn dieses minimal unterhalb seiner Wertschätzung liegt und damit bei der Kalkulation des aktuellen Höchstgebots aufgrund der Berücksichtigung des Erhöhungsschritts seine Wertschätzung überschritten wird (siehe Bsp. 3, Fall 3).

### 4.3.5 Fazit

In der Spieltheorie ist die akkurate Untersuchung der Annahmen, unter denen analysiert wird, ausschlaggebend. Nach obiger Untersuchung wird evident, dass eine eBay-Auktion den Annahmen des Benchmark-Modells nicht gerecht werden kann und daher die Erkenntnisse im Hinblick auf die optimalen Bietstrategien sowie auf das Revenue-Equivalence-Theorem nicht anwendbar sind. Für den Beweis der Äquivalenz von Verdeckter Zweitpreisauktion und Englischer Auktion wurde lediglich die Annahme, dass die Wertschätzungen private Information darstellen, verwendet. Doch kann auch diese Annahme in einer eBay-Auktion nicht gehalten werden, wodurch die Bieter somit durch das offene Bieten in der ersten Phase Informationen über die Wertschätzungen der Konkurrenz erhalten (vgl. Rieck 2016, S. 238). Jedoch ist es anderweitig möglich, Aussagen bezüglich des Bietverhaltens zu treffen. Demnach hat sich insbesondere die **Sniping**-Strategie herauskristallisiert, wobei hier nicht von einer optimalen Bietstrategie im mathematischen Sinne gesprochen werden kann: „We have already pointed out that we cannot expect ideal, truthful bidding in an environment like the internet, where bidders may be unsure of their values, may receive information during the course of the auction—and may even be unsure of the rules. In fact, we have not even defined truthful bidding precisely in the general setting of a California auction. Even if a bidder is certain of her value, she can bid it early, submit lower bids first, or snipe. As we see next, uncertainty about values in a dynamic setting makes life very interesting, and quite plausibly provides an incentive to snipe“ (vgl. Steiglitz 2007, S. 34). Im Folgenden wird sich also klären, was unter der Sniping-Strategie zu verstehen ist und wie dieses Bietverhalten zu erklären ist.



## 4.4 Sniping-Strategie

FIGURE 1  
DISTRIBUTION OF BID TIMINGS

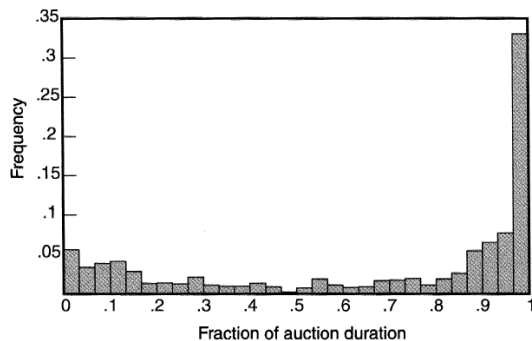


Abb. 6: Zeitpunkt der Gebotsabgabe (Abbildung aus Bajari und Hortagsu (2003))

Die Abbildung 6 zeigt ein Histogramm mit den finalen Abgabezeiten der Gebote. Daran wird erkennbar, dass sich die Bietaktivität auf das Auktionsende konzentriert. 32% der finalen Gebote werden abgegeben, nachdem die Auktionszeit bereits zu 97% abgelaufen ist. Das mediane Gewinngebot geht sogar nach 98.3% verstrichener Auktionszeit ein. Dies veranschaulicht die sogenannte **Sniping**-Bietstrategie, bei welcher also das finale, individuelle Höchstgebot zum letztmöglichen Zeitpunkt eingereicht wird. Hierbei ist die Existenz von common values ausschlaggebend, so dass die Werte der Bieter voneinander abhängig sind und das frühe Gebot eines Bieters Informationen offenbaren kann, die für die Konkurrenz nützlich sind (vgl. Steiglitz 2007, S. 41). Ein zuvor abgegebenes Gebot wirkt sich demnach hinsichtlich der Preisbildung negativ für den Bieter aus. Das verdeckte Auktionsform als zweite Phase einer eBay-Auktion eignet sich daher für die Gebotsabgabe, da dadurch eine Reaktion auf das eigene Gebot verhindert werden kann. Nach Lucking-Reiley (2000) wird ein früheres Gebot von einem Sniping-Gebot dominiert. Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass in einer eBay-Auktion zum letztmöglichen Zeitpunkt so viel geboten werden sollte, wie man dem Artikel an Wertschätzung zuschreibt. Dies wurde sowohl von Vickrey (1961) für private values als auch von Milgrom und Weber (1982) für allgemeine Bedingungen gezeigt (vgl. Hasker und Sickles 2010, S. 14).

## 4.5 Winner's Curse

Die folgenden Erläuterungen basieren auf dem Kapitel 2.3.4 von Kräkel (2013) und dem Kapitel 5.2.2 von Berninghaus, Ehrhart und Güth (2010).

Auktionen mit common values stehen in Verbindung mit dem sogenannten **Winner's Curse**-Effekt (dt. Fluch des Gewinners). Dieser beschreibt das Phänomen, dass der Höchstbietende als Auktionsgewinner hervorgeht, weil er den common value des Auktionsobjekts unter allen Teilnehmern am meisten überschätzt hat. Der Winner's Curse-Effekt kann damit begründet werden, dass der genaue Wert des Auktionsgegenstands bei der Gebotsabgabe für alle Bieter (annähernd) gleich, jedoch nicht bekannt ist. Aufgrund der Ungewissheit des wahren Wertes kann dieser als Zufallsvariable  $W \in [\underline{w}, \bar{w}]$  modelliert werden, wobei dessen Realisation mit  $w$  ausgedrückt wird. Wie in Kapitel 2 erarbeitet, muss daher eine subjektive Wertvorstellung  $X_i$  mit  $i \in \{1, \dots, n\}$  über den exakten Wert gebildet werden. Im Hinblick auf das Benchmark-Modell wird also die IPV-Annahme aufgegeben. In dem folgenden Auktionsmodell wird angenommen, dass jeder Bieter partielle Information über den Wert des Gutes besitzt, die durch die Realisation  $x_i$  der Zufallsvariable  $X_i$  repräsentiert wird. Dabei wird auch von **Signal** gesprochen, bei dem es sich um private Information der einzelnen Bieter handelt. Darauf basierend schätzt der Bieter in Form des bedingten Erwartungswerts  $E[W|X_i = x_i]$  den wahren Wert des Gutes und bestimmt darauf basierend sein Gebot. Bei effizienter und korrekter Auswertung aller zur Verfügung stehenden Informationen kann davon ausgegangen werden, dass alle Bieter unabhängig voneinander identische Gebote in Höhe des wahren Wertes abgeben. Nach Haeringer (2018) ist gerade anzunehmen, dass bei ausreichender Anzahl an Bietern die durchschnittliche Schätzung wahrscheinlich nahe am korrekten Wert liegt und damit jeder Bieter eine unverzerrte Schätzfunktion im statistischen Sinne besitzt, das heißt  $E[W | w] = w$ . Ein Experiment von Bazerman und Samuelson (1983) bestätigt diese Annahme. Dabei wurde ein Glas mit Münzen im Gesamtwert von  $v$  mithilfe einer Verdeckten Erstpreisauktion versteigert, bei der der Auktionsgewinner sein Gebot zu zahlen hat und im Gegenzug den Geldbetrag  $v$  erhält. Der wahre Wert  $v$  ist dabei den Bietern zum Zeitpunkt der Auktion nicht bekannt, aber für alle identisch, sodass nach Definition common values vorliegen. Demnach basiert das individuelle Gebot auf einer Schätzung des wahren Werts. Es konnte festgestellt werden, dass die durchschnittlichen Schätzungen meist sehr nahe an  $v$  liegen, was die Annahme  $E[W | w] = w$  von Haeringer (2018) bestätigt.

Der Auktionsgewinner ist hingegen aufgrund der Monotonie der Bietfunktion gerade derjenige mit dem höchsten Gebot und folglich auch mit der Schätzung oberhalb des wahren Wertes. Das führt dazu, dass die Differenz zwischen Auktionspreis und wahren Wert erheblich voneinander abweicht. Diese Differenz führt im Durchschnitt zu einem Verlust, welcher als *Winner's curse* bezeichnet wird und bei einer

eBay-Auktion wahrnehmbar ist (vgl. Bajari und Hortaçsu 2003, S. 345). Das zuvor erläuterte Experiment von Bazerman und Samuelson (1983) bestätigt die Existenz des Winner's Curse. So wurde nämlich eruiert, dass in allen Durchführungen die durchschnittlichen abgegebenen Gebote kleiner als  $v$ , hingegen das höchste Gebot meistens größer als  $v$  gewählt wurden.

Der Winner's Curse-Effekt kann damit als Entscheidungsfehler eines Bieters angesehen werden, welcher daraus resultiert, dass ein Bieter sein Gebot auf Basis der ex ante-Information statt der ex post-Information kalkuliert. Es wird also zwischen zwei Zeitpunkten unterschieden, in denen hinsichtlich des wahren Werts Schätzungen getätigt werden. Zum einen ist dies *ex ante* der Zeitpunkt der Gebotsabgabe, zu welchem dem Gewinner lediglich seine eigene Schätzung als relevante Information vorliegt. Zum anderen ist dies *ex post* der Zeitpunkt der Verkündung des Auktionsgewinners, zu welchem der Gewinner zusätzlich die Information erhält, dass es sich bei seinem Gebot um das Höchste handelt und damit die anderen Bieter den wahren Wert geringer eingeschätzt haben. Dies lässt sich mathematische wie folgt veranschaulichen (vgl. Kräkel 2013, S. 83ff). Seien mit  $\beta(v_1) = b_1$  das Gebot des Gewinners und mit  $\beta(v_j) = b_j$  mit  $j \in \{2, \dots, n\}$  die Gebote der Konkurrenten gegeben. Ex ante weiß der Gewinner lediglich, dass die Gebote der Konkurrenten endlich sind, also  $b_j < \infty$ . Diese Information ist für den Gewinner neutral, da hiermit weder eine Eingrenzung des Definitionsbereichs von  $W$  noch eine Verbesserung der Schätzung verschiedener Realisationen ermöglicht wird. Der Erwartungswert lautet demnach  $E[W \mid x_1, b_j < \infty \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}]$ . Ex post wird diese Information präzisiert, da bekanntgegeben wird, dass es sich bei dem Gebot des Gewinners um das Höchste handelt, also  $b_j < b_1$  gilt. Daraus resultiert der Erwartungswert  $E[W \mid x_1, b_j < b_1 \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}]$ . Mit dem folgenden Satz von Milgrom kann im Anschluss bezüglich des Winner's Curse-Effekts eine mathematische Aussage getroffen werden:

**Theorem 4.1.** *Sei  $Z$  eine Zufallsvariable mit Dichtefunktion, welche die strenge monotone likelihood ratio property (MLRP) besitzt. Für zwei Intervalle  $[a, b]$  und  $[c, d]$  mit  $a \geq c$  sowie  $b \geq d$ , wobei mindestens eine der Gleichungen streng erfüllt sein muss, ist die Information  $Z[a, b]$  günstiger.*

Dabei erfüllt eine Dichtefunktion  $f(x \mid w)$  die MLRP-Bedingung, wenn für zwei Realisationen  $w_1, w_2$  der Quotient  $\frac{f(x \mid w_1)}{f(x \mid w_2)}$  eine streng monoton fallende Funktion, falls  $w_2 > w_1$  bzw. eine streng monoton steigende Funktion ist, falls  $w_2 < w_1$ . Die MLRP-Annahme ist für das Auktionsmodell mit common values erfüllt, denn diese impliziert, dass aus einer hohen privaten Schätzung  $x$  auf eine hohe Ausprägung des wahren Werts geschlossen werden kann.

Mit diesem Satz folgt nun, dass die ex post-Information ungünstiger als die ex ante-Information ist und daher von dieser dominiert wird. Zusammenfassend gilt also:

$$E[W \mid x_1, b_j < b_1 \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}] < E[W \mid x_1, b_j < \infty \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}].$$

Für den Gewinner folgt daher, dass ex post der erwartete Wert des Auktionsobjekts geringer ist als ex ante. Diese Erkenntnis liefert nun die Möglichkeit, dem Winner's Curse durch entsprechende Korrektur der Schätzung entgegenzuwirken. Für die Kalkulation der Bietstrategie, welche auf die Gewinnmaximierung abzielt, kann der Bieter den ex ante erwarteten Gewinn oder den ex post erwarteten Gewinn als Zielfunktion wählen. Rationale Spieler werden das Risiko des Winner's-Curse in die Ermittlung ihrer optimalen Strategie durch die Antizipation der ex post-Anpassung des wahren Werts im Gewinnfall miteinbeziehen und daher den ex post-Erwartungswert heranziehen. Das bedeutet, dass ex ante die Schätzung von  $E[W \mid x_1, b_j < \infty \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}]$  nach unten auf  $E[W \mid x_1, b_j < b_1 \text{ für } j \in \{2, \dots, n\}]$  angepasst werden sollte. Durch diese Korrektur kann der Winner's Curse-Effekt jedoch nicht vollständig vermieden werden, sodass dieser ex post zwar noch eintreten kann, aber ex ante im langfristigen Durchschnitt einen positiven Gewinn liefert.

Diese Erkenntnisse können auf die eBay-Auktion übertragen werden, sodass auf Basis der Proxy-Logik schnell erklärt ist, weshalb der Winner's Curse-Effekt nach Bajari und Hortaçsu (2003) hier zum Tragen kommt. Aufgrund des Proxy-Bietsystems ist eine Korrektur des eingegebenen Maximalgebots nach unten nicht mehr möglich (vgl. Berz 2022, S. 83). Dieses stellt dabei den ex ante-Erwartungswert dar, mit welchem der Bieter den wahren Wert des Auktionsgegenstands abgeschätzt hat. Wenn jedoch viele Konkurrenten vor ihm aussteigen, erscheint eine Korrektur der individuellen Wertschätzung nach unten sinnvoll zu sein. Diese Information trägt dazu bei, dass der Bieter den ex post-Erwartungswert bilden kann und sich für ihn dadurch ein neuer Indifferenzpreis entwickelt. Da dieser unter dem bereits abgegebenen Maximalgebot liegen kann, muss bei Auktionsgewinn ein Preis über der angepassten, individuellen Wertschätzung entrichtet werden. Der Bieter unterliegt also in einem solchem Fall dem Winner's Curse.

## 5 Ökonomische Anwendungsbereiche der Auktionstheorie

Auf Basis dieser mathematischen Einblicke ist die Berechnung der optimalen Bietstrategie, wie sie in Kapitel 3 erarbeitet wurde oder auch die Berücksichtigung des Winner's Curse-Effekt in dieser Kalkulation prinzipiell möglich. Doch in dieser Ausführlichkeit wird man in der Realität nie für jede Auktionsrunde die optimale Strategie berechnen können, zumal auch ein vereinfachtes Modell betrachtet wurde. Zum einen stellt sich nämlich hierbei die Frage, ob eine exakte Ermittlung überhaupt in Relation mit dem daraus resultierenden Profit steht. Dementsprechend gilt es zu beachten, dass diese Berechnung aufgrund von Informations- und Opportunitätskosten einen erheblichen Aufwand darstellt (vgl. Kräkel 2013, S. 95). Ökonomisch betrachtet kann es rational sein, darauf zu verzichten, wenn die damit verbundenen Kosten überwiegen. Zum anderen können die erworbenen, mathematische Erkenntnisse aber sowieso nicht vollständig in die Realität übertragen werden. Bei der Untersuchung realer Versteigerungen wie der eBay-Auktion wurde ersichtlich, dass ein grundlegendes Verständnis für das Bietverhalten geschaffen werden konnte. Jedoch verhindert die hohe Komplexität der Realität eine vollständige Abbildung in einem geschlossenen Modell, wie es in dieser Arbeit auf Basis des Benchmark-Modells mathematisch ermöglicht wurde. Eingeschränkt lassen sich daraus trotzdem Richtlinien ableiten, sodass die Ergebnisse bei einer ökonomischen Analyse des Bietverhaltens selektiv für eine annähernde rationale Rekonstruktion herangezogen werden können. Die Anwendung in der Ökonomie findet man beispielsweise bei der Versteigerung der 5G-Mobilfunkfrequenzen in Deutschland, wobei das zugrundeliegende Auktionsverfahren auf Forschungsbeiträgen der US-Ökonomen Paul Milgrom sowie Robert Wilson beruht. Jenes findet auch bei Auktionen auf Energiemärkten, Online-Märkten oder bei der ethisch akzeptablen Zuteilung knapper Medizingüter während der COVID-19-Pandemie Gebrauch. Ganz im Einklang mit folgendem Zitat:

Die Natur ist in  
mathematischer Sprache  
geschrieben.

---

*Galileo Galilei*

# Literatur

- Amor, Daniel (2000). *Dynamic Commerce: Online-Auktionen-Handeln mit Waren und Dienstleistungen in der Neuen Wirtschaft*. Galileo Press Bonn;
- Arrow, Kenneth J (1971). „The theory of risk aversion“. In: *Essays in the theory of risk-bearing*, S. 90–120.
- Bajari, Patrick und Ali Hortag̃su (2003). „The winner’s curse, reserve prices, and endogenous entry: Empirical insights from eBay auctions“. In: *RAND Journal of Economics*, S. 329–355.
- Bauer, Hans H (2008). *Interactive Marketing im Web 2.0: Konzepte und Anwendungen für ein erfolgreiches Marketingmanagement im Internet*. Vahlen, S. 296–314.
- Berninghaus, Siegfried, Karl-Martin Ehrhart und Werner Güth (2010). *Strategische Spiele: Eine Einführung in die Spieltheorie*. Springer-Verlag, S. 231–278.
- Berz, Gregor (2022). *Spieltheoretische Verhandlungs- und Auktionsstrategien: Mit Praxisbeispielen von Internetauktionen bis Investmentbanking*. Schäffer-Poeschel, S. 27–44.
- Cassady, Ralph (1967). *Auctions and auctioneering*. Univ of California Press.
- Dacey, Raymond (2003). „The S-shaped utility function“. In: *Synthese* 135, S. 243–272.
- Dixit, Avinash K und Barry Nalebuff (2018). *Spieltheorie für Einsteiger*. Schäffer-Poeschel Verlag.
- Dixit, Avinash K und Susan Skeath (2015). *Games of strategy: Fourth international student edition*. WW Norton & Company, S. 632–662.
- eBay (2023). *Automatisches Bietsystem bei eBay (Maximalgebot)*. URL: <https://www.ebay.de/help/buying/bidding/automatisches-bietsystem-bei-ebay-maximalgebot?id=4014#section1>.
- Haeringer, Guillaume (2018). *Market design: auctions and matching*. MIT Press.
- Harsanyi, John C (1967). „Games with incomplete information played by “Bayesian” players, I–III Part I. The basic model“. In: *Management science* 14.3, S. 159–182.
- (1986). *Rational behaviour and bargaining equilibrium in games and social situations*. CUP Archive.
- Hasker, Kevin und Robin Sickles (2010). „eBay in the economic literature: Analysis of an auction marketplace“. In: *Review of Industrial Organization* 37, S. 3–42.
- Häubl, Gerald und Peter Popkowski Leszczyc (2003). „Minimum prices and product valuations in auctions“. In.
- Holler, Manfred J u. a. (2019). „Grundkonzepte“. In: *Einführung in die Spieltheorie*, S. 33–56.

- Justus, Philipp, Franz-Rudolf Esch und Christian Brunner (2009). „Aufbau und Entwicklung der Marke eBay—Vom virtuellen Angebot zum Käuferlebnis“. In: *Best Practice der Markenführung*, S. 61–78.
- Klemperer, Paul (2004). *Auctions: theory and practice*. Princeton University Press.
- Kräkel, Matthias (2013). *Auktionstheorie und interne Organisation*. Bd. 106. Springer-Verlag.
- Krishna, Vijay (2009). *Auction theory*. Academic press.
- Lohmeier, L. (2023). *Anzahl der aktiven Kunden von eBay vom 1. Quartal 2010 bis zum 2. Quartal 2023 (in Millionen)*. URL: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/311423/umfrage/aktive-kunden-von-ebay/>.
- Lucking-Reiley, David (2000). „Auctions on the Internet: What’s being auctioned, and how?“ In: *The journal of industrial economics* 48.3, S. 227–252.
- Maschler, Michael, Shmuel Zamir und Eilon Solan (2020). *Game theory*. Cambridge University Press, S. 469–516.
- McAfee, R Preston und John McMillan (1987). „Auctions and bidding“. In: *Journal of economic literature* 25.2, S. 699–738.
- Menezes, Flavio M und Paulo K Monteiro (2004). *An introduction to auction theory*. OUP Oxford.
- Milgrom, Paul R und Robert J Weber (1982). „A theory of auctions and competitive bidding“. In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, S. 1089–1122.
- Milgrom, Paul Robert (2004). *Putting auction theory to work*. Cambridge University Press.
- Myerson, Roger B (1991). *Game theory: analysis of conflict*. Harvard university press.
- Resnick, Paul und Richard Zeckhauser (2002). „Trust among strangers in Internet transactions: Empirical analysis of eBay’s reputation system“. In: *The Economics of the Internet and E-commerce*. Emerald Group Publishing Limited, S. 127–157.
- Riechmann, Thomas (2014). *Spieltheorie*. Vahlen, S. 61–78.
- Rieck, Christian (2016). „Spieltheorie: Eine Einführung“. In:
- Samuelson, William (2001). „Auctions in theory and practice“. In: *Game Theory and Business Applications*, S. 295–338.
- Steiglitz, Ken (2007). *Snipers, shills, and sharks: eBay and human behavior*. Princeton University Press.
- Varian, Hal R. (2010). *Intermediate Microeconomics*.
- Vickrey, William (1961). „Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders“. In: *The Journal of finance* 16.1, S. 8–37.

# Abbildungsverzeichnis

1	Überbieten bei einer Erstpreisauktion . . . . .	23
2	Unterbieten bei einer Erstpreisauktion . . . . .	24
3	Gebotsabgabe in eBay (Abbildung aus eBay (2023)) . . . . .	38
4	Darstellung der Proxy-Logik (Abbildung aus Berz (2022)) . . . . .	39
5	Berechnung des Erhöhungsschritts (Abbildung aus eBay) . . . . .	39
6	Zeitpunkt der Gebotsabgabe (Abbildung aus Bajari und Hortaçsu (2003)) . . . . .	46



# Eigenständigkeitserklärung

Hiermit bestätige ich, Lena Basner, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne unzulässige Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die wörtlich und sinngemäß übernommenen Passagen aus anderen Werken kenntlich gemacht habe.

Die Arbeit ist weder von mir noch von einer anderen Person an der Universität Passau oder an einer anderen Hochschule zur Erlangung eines akademischen Grades bereits eingereicht worden.

---

Ort, Datum

---

Lena Basner