

Lehrstuhl für Dynamische Systeme @ Fakultät für Informatik und Mathematik

Seminar & Proseminar

Fixpunktsätze und Anwendungen

Fabian Wirth

Formalien und Kontakt

5966 Seminar und Proseminar Fixpunktsätze und Anwendungen dienstags, 16 - 18 Uhr, Raum (ITZ) SR011

Studiengänge: B.Sc. Mathematik, M.Sc. Computational
Mathematics

Vorbesprechung am 18.07.2019, 10:00 Uhr, (JUR) SR 153.

Alle Interessenten werden gebeten, an diesem Termin
teilzunehmen.

Prof. Dr. Fabian Wirth

Sprechstunde nach Vereinbarung, Raum (IM) 226

fabian.wirth@uni-passau.de



Banachscher Fixpunktsatz

Sei (X, d) ein vollständiger metrischer Raum. Falls für eine Abbildung $T : X \rightarrow X$ ein $0 \leq q < 1$ existiert, so dass

$$d(Tx, Ty) \leq qd(x, y) \quad \forall x, y \in X,$$

so gibt es einen eindeutigen Punkt $x^* \in X$ mit

$$Tx^* = x^*.$$

Ferner gilt für alle $x \in X$, dass

$$\lim_{k \rightarrow \infty} T^k x = x^*.$$



Brouwerscher Fixpunktsatz

Sei B^n die abgeschlossene Einheitskugel in \mathbb{R}^n . Ist $T : B^n \rightarrow B^n$ stetig, so hat T einen Fixpunkt.



Theorem (Perron)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Matrix mit ausschließlich positiven Einträgen. Dann gilt

- es gibt einen Eigenwert $\lambda > 0$ mit einem zugehörigen Eigenvektor x mit ausschließlich positiven Einträgen.
- λ ist ein einfacher Eigenwert.
- Ist $\mu \neq \lambda$ ein Eigenwert von A , so folgt $|\mu| < \lambda$.



Theorem (Brockett)

Sei $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig mit $f(0,0) = 0$.

Gibt es eine stetige Abbildung $k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $k(0) = 0$, sodass

$$\dot{x} = f(x, k(x))$$

in $x^* = 0$ asymptotisch stabil ist, so ist f offen in $(0,0)$. D.h. für alle $\varepsilon > 0$ enthält

$$f(B_\varepsilon^n(0) \times B_\varepsilon^m(0))$$

eine offene Umgebung von $0 \in \mathbb{R}^n$.



Literatur

- P.V. Subrahmangan: Elementary Fixed Point Theorems, Springer, Singapur 2018.
(ebook in der Unibibliothek),
- J.H. Shapiro: A Fixed-Point Farrago. Springer, Cham, 2016.
(ebook in der Unibibliothek)

